Subject
Date

مبنای کامپیوتر یافتن عدد ← در مبنای ۱ ← کامپیوتر فقط ۰ و ۱ را متوجه میشود از تمام عدد ۹

در مبنای ۲ ← فقط روشن کردن تمام بیت‌ها ← $\frac{1}{2}$ عدد

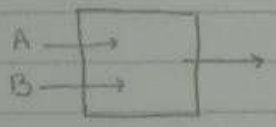
جلسه سوم ۱۲/۳/۰۴

منطق دودویی: درست / نادرست ← متغیر

x and
+ or
$\bar{A}$ یا A' not ← عملگر

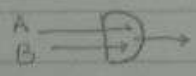
ابزار کارها در عملگرها جدول درستی:

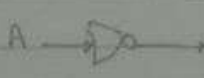
A	B	A+B	A.B	A'
نادرست ۰	۰	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۰	۰
درست ۱	۱	۱	۱	۰



کارها در مدار منطقی طراحی این مدار علاوه بر سیم ورودی و خروجی







PMPCO

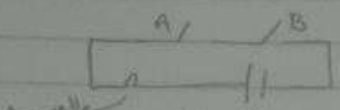
@jozveotamrin
Scanned by CamScanner

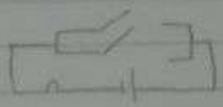
Subject:
Year. Month. Date.

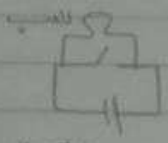


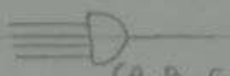












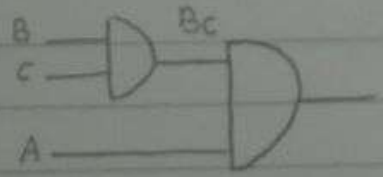
اصول جبر بول:

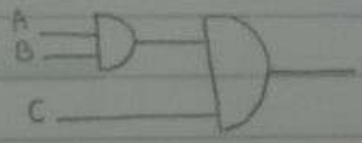
۱) عبارت بودن از متغیرهای منطق دوحدی:
نتیجه‌ی عملکرد گروهای منطق دوحدی در متغیر همیشه مقدار ثابت یا مشخص دارد.

۲) اصل متمرکت بودن عملگر:

$A+(B+C)=(A+B)+C$

$A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$





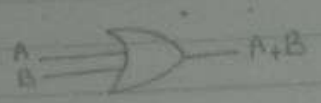
PAPCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year Month Date

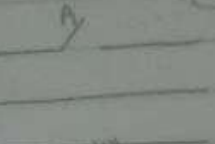
۳) اصل جابجایی یا مبادله‌ای



$A+B = B+A$

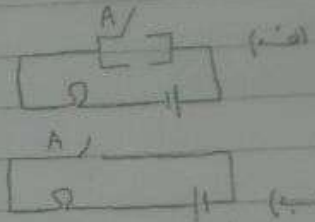
$A.B = B.A$

۴) متمم‌ها:



ثابت ← $A + \boxed{Q} = A$ ← F

$A \cdot \boxed{1} = A$ ← T



الف)

ب)

۵) عنصر مکمل:

$$\begin{cases} A + A' = 1 \\ A \cdot A' = \emptyset \end{cases}$$

۶) اصل توزیع پذیری:

$$\begin{cases} A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \\ A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C) \end{cases}$$

تئوری مکاسل بولین:

۱) $x + 0 = x$ $\quad x \cdot 1 = x$

۲) $x + x' = 1$ $\quad x \cdot x' = 0$

۳) $x + x = x$ $\quad x \cdot x = x$

۴) $x + 1 = 1$ $\quad x \cdot 0 = 0$

۵) $(x')' = x$

۶) $x + y = y + x$ $\quad x \cdot y = y \cdot x$

۷) $x + (y + z) = (x + y) + z$ $\quad x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

PAYCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

A) $x \cdot (y+z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ $\quad x + (y \cdot z) = (x+y) \cdot (x+z)$

9) $(x+y)' = x' \cdot y'$ $\quad (x \cdot y)' = x' + y'$ (دمورگان) *

10) $x + xy = x$ $\quad x \cdot (x+y) = x$ (جذب) *

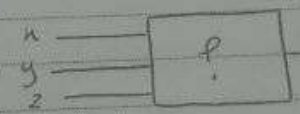
$(x+0) \cdot (x+y) = x + (0 \cdot y) = x$

مثال: جدول درستی ($f = xyz + x'yz' + xy'$) را رسم نمایید.

x	y	z	xyz	x'yz'	xy'	f
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1

مثال: رابطه‌ای ایجاد کننده خروجی f_2 را بدست آورید. مدار منطقی آنرا رسم کنید.

x	y	z	f_2
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



$x \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$

جواب ساده شده

+ تعداد این جواب‌ها برابر با تعداد سطرهایی است که خروجی آن 1 باشد.

$f_2 = (x'y'z) + (xy'z) + (xyz)$

$xz(y'+y)$

۳ (and) ۳ ۱ and (۳)

۱ (or) ۲ ۱ and (۲)

۱ or (۲)

$f_2 = (x'y'z) + (xz) \rightarrow$

P&PCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year Month Date ( )

پاسخ سوالات هاوشی دالگ به صورت زیر است.

$f_2 = (x+y+z) = (x+y'+z) = (x+y'+z') = (x'+y+z) + (x'+y'+z)$

$f_3 = (x+z+(y+y')) = (x+y'+z') = (x'+z+(y+y'))$

$f_4 = (x+z)\cdot(x+y'+z') = (x'+z)\cdot(z+(xx'))\cdot(x+y'+z')$

$f_4 = x'y'z + xz$ ①

$f_4 = z\cdot(x+y'+z')$ ②

$\Rightarrow$ 1 or (۲)
1 and (۳)

مثال ۶ ثابت کنید گزینه ۴ (۴) با هم برابرند با استفاده از رابطه جیبرول

$f_4 = z\cdot(x+y'+z')$
$= zx + zy' + zz' = zx + zy'$

$f_4 = x'y'z + xyz + z\cdot(x'y'+x) = z\cdot((x+x')(x+y')) = z(x+y') = zx + zy'$

مثال ۷ توابع زیر را ساده کنید.

① $xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x+x') = xy + x'z + xyz + x'yz$

$= xy(1+z) + x'z(1+y) = xy + x'z$

② $(x+y)(x'+z)(y+z) = (x+y)\cdot(x'+z)$

(راه حل ① و ② همگان هم هستند)

(سوال جواب ها یکی می شود منطق جای and و or عوض می شود)

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

⊕ Exclusive OR
XOR

A	B	A⊕B	A+B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1

XOR

$F_1 = x'(yz' + y'z)$

$F_1 = x'(y \oplus z)$

$F_1 = x'yz' + x'y'z$

$F_1' = (x'yz' + x'y'z)'$

$F_1' = (x'yz')'(x'y'z)'$

$= (x+y'+z)(x+y+z')$

$= x \cdot x + x \cdot y + x \cdot z' + xy' + yy' + y'z' + xz + yz + zz'$

$x(y+y') = x \cdot x \longrightarrow x \cdot 1 = x$

$= x + xx' + y'z' + yz + xz$

$F_1' = x + yz + y'z'$

$F_2 = x(y'z' + yz)$

$F_2' = (x(y'z' + yz))'$

$= x' + (y'z' + yz)'$

$= x' + ((y+z)(y'+z'))$

$= x' + (yy' + yz' + y'z + zz')$

$F_2' = x' + yz' + y'z$

PgPCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject
Date

روش

$F_1 = x' \cdot (yz' + y'z)$

Dual $F_2 = x' + [(y+z') \cdot (y'+z)]$

$x + ((y'+z) \cdot (y+z'))$

$x + (yy' + y'z' + yz + zz')$

$x + y'z' + yz$

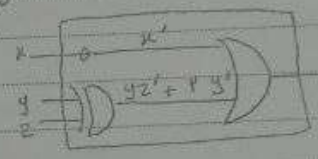
Dual $F_3 = x + ((y'+z') \cdot (y+z))$

$x' + ((y+z) \cdot (y'+z'))$

$x' + (yy' + yz' + y'z + zz')$

$x' + yz' + y'z$

مدار منطقی →



ترکیب‌ها استاندارد (minterms ، maxterms)

مثال $F_4 = x(y'z' + yz)$

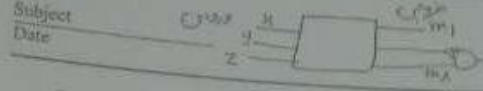
minterm →	x	y	z	y'	z'	y'z'	yz	(y'z'+yz)	x(y'z'+yz)
m_0 $x'y'z'$	0	0	0	1	1	1	0	1	0
m_1 $x'y'z$	0	0	1	1	0	0	0	0	0
m_2 $x'yz'$	0	1	0	0	1	0	0	0	0
m_3 $x'yz$	0	1	1	0	0	0	1	1	0
m_4 $xy'z'$	1	0	0	1	1	1	0	1	1
m_5 $xy'z$	1	0	1	1	0	0	0	0	0
m_6 xyz'	1	1	0	0	1	0	0	0	0
m_7 xyz	1	1	1	0	0	0	1	1	1

$F_4 = m_4 + m_7 \; ; \; \sum m_{4,7} \; ; \; \sum_{4,7}$

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject
Date



$F_1 = (x\,y'z') + (x\,y\,z)$ — minterm مثلث

minterms مجموعه‌ای که تمام مقدارها (خروجی‌ها) یا متغیرها) مقدار ۱ داشته باشند OR می‌شوند.

مثال: تابع $F = A + B'C$ را بر حسب مجموع minterm بنویسید.

	A	B	C	B'	B'C	A+B'C
①	0	0	0	1	0	0
②	0	0	1	1	1	1
③	0	1	0	0	0	0
④	0	1	1	0	0	0
⑤	1	0	0	1	0	1
⑥	1	0	1	1	1	1
⑦	1	1	0	0	0	1
⑧	1	1	1	0	0	1

Σ ۱,۲,۴,۵,۶,۷

$x \cdot \varphi = 0$ (not) x' . +

$x + \varphi = x$

$F = xy + z$ ① — حالت اول: استاندارد متفاوت

$F = \Sigma 0,4,7$ ② — حالت دوم: فرم minterm

$F = xy + z$ minterm F

(+ بین minterm)

حالت اول:

$xy \Rightarrow xy = xy \cdot 1 = xy \cdot (z + z') = xyz + xyz'$

$z = 0z = z \cdot 1 \cdot 1 = z \cdot (x + x') \cdot (y + y') = zxy + zxy' + zyx' + zx'y'$

$+ \Rightarrow \Sigma 7,6,5,3,1 = \Pi 0,2,4$

PAFCO

@jozveotamrin

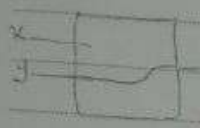
Scanned by CamScanner

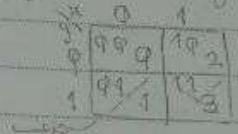
Subject
Date

$F = \Sigma_{0,1,5,7} = x'y'z' + xy'z' + xy$

$= y'z'(x + x') + xyz = y'z' + xyz$

مثال: $f(x,y) = xy + x'y \Rightarrow \Sigma_{3,1} = y(x + x') = y$





(جدول کارنو)

مثال: $f(x,y,z) =$

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$f = \Sigma_{1,3,5,7} = yz$

$= x'yz + xyz = yz(x + x') = yz$

$f = \Sigma_{1,3} = x'z$

$f = \Sigma_{0,1,5,4} = y'$

$f = \Sigma_{1,3,5,7} = y$

$f = \Sigma_{6,4} = xz'$

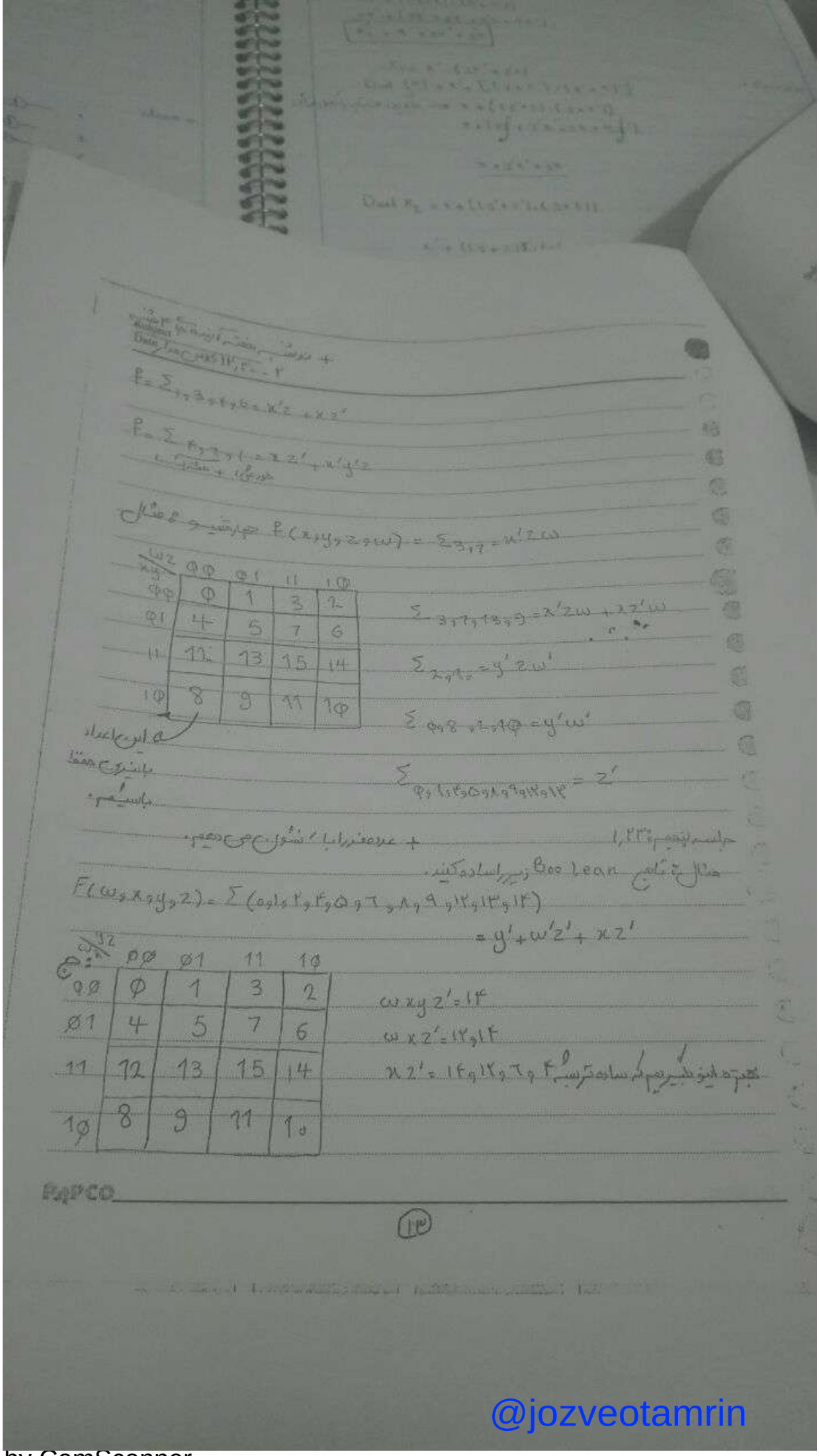
مثال: $F = \Sigma_{1,3,7} = x'z + yz$

$= x'y'z + x'yz + xyz$

$= x'y'z + x'yz + x'yz + xyz$

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner



$F = \Sigma_{1,3,4,6} = x'z + xz'$

$F = \Sigma_{0,2,5,7} = xz' + x'y'z$

مثال: چهارشی و مثال $F(x,y,z,w) = \Sigma_{3,7} = x'zw$

xy \ wz	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$\Sigma_{3,7,11,13} = x'zw + xz'w$

$\Sigma_{12,13,14,15} = y'zw'$

$\Sigma_{8,9,10,11} = yw'$

$\Sigma_{0,1,2,3,5,7,8,9,12,13} = z'$

این اعداد باشیوع همه باسیم.

حداکثر یکم ۱، ۲، ۴ + عدد صفر را با ۰ نشون می دهیم.

مثال: تابع Boolean زیر را ساده کنید.

$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,1,2,5,7,8,9,12,13,14)$

$= y' + w'z' + xz'$

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

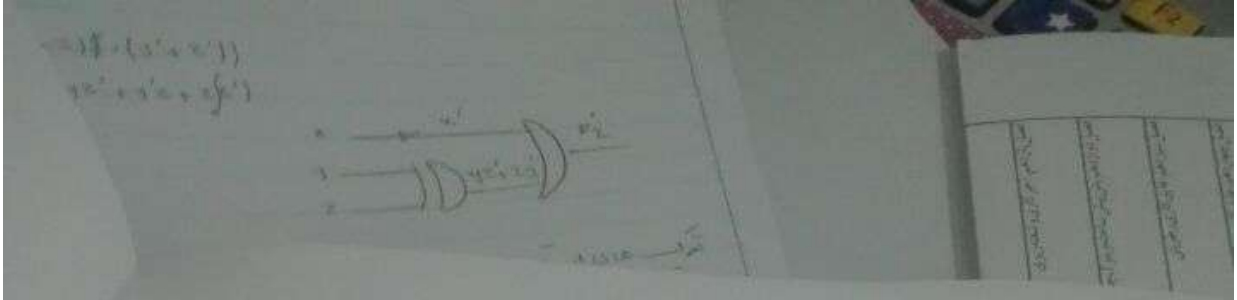
$wxyz' = 14$

$wxz' = 12, 14$

$xz' = 14, 12, 6, 4$ مجموعه اینو نمیگیریم چون ساده‌تر بود

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner



Subject
Date

مثال ۵ $\Sigma_{1,3,4,7,8,6} = w'y$ $\Sigma_{2,3,5,4,7,9,11,13,15,12,14,10} = y$

$\Sigma_{8,9,11,10,14} = wx'$ $\Sigma_{0,5,2,6,3,7,8,9,11,13,15,14} = z'$

$\Sigma_{0,1,2,8,9,12} = x'z'$

مثال ۶ تابع زیر را ساده کنید.

$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,1,2,5,3,9,10)$

yz \ wx	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$= \underbrace{w'y'z}_{1,5} + \underbrace{x'z'}_{0,2,8,10} + \underbrace{x'y'}_{0,1,8,9}$ ← مثل مینی ماکسترم

$F'(w,x,y,z) = \Sigma$ ... ← مثل ماکسترم

$= \underbrace{wx}_{12,13,14,15} + \underbrace{yz}_{3,7,11,15} + xz' \Rightarrow$

سرکان $F(w,x,y,z) = (wx + yz + xz')' = (w'+x')(y'+x')(z$

8 3,4,6 ... جاهای خالی

جاهای خالی ... (d نوع مثل)

$\underbrace{w'x'}_{0,1,2,3} + \underbrace{w'y'}_{0,1,4,5} + \underbrace{x'z'}_{0,2,8,10} + \underbrace{x'y'}_{0,1,8,9}$

FQPCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year: Month: Date:

نحوه حل مسئله:

تابع زیر را با استفاده از روش جدول مینترم ساده کنید.

$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,1,2,8,10,11,14,15)$

0	0000	(0,1)	000-
1	0001	(0,2)	00-0
2	0010	(0,8)	-000
8	1000	(2,10)	-010
10	1010	(8,10)	10-0
11	1011	(10,11)	101-
14	1110	(10,14)	1-10
15	1111	(11,15)	1-11
		(14,15)	111-

(1) جدول مینترم با توجه به تعداد 1 ها تشکیل شده است.

(2) جدول مینترم

(3) جدول مینترم

(4) همین کار را تا جایی که دیگر نتوانیم ستاره بگذاریم ادامه میدهیم. (مینترم ها)

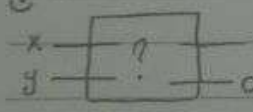
(5) حال هر سطر را با ستون مقابل مقایسه کرده

$\Rightarrow w'x'y' + x'z' + wy$ حاصل ساده شده

حل مسئله ۲,۱۴:

- مداری طراحی کنید که دو بیت را از ورودی دریافت کند حاصل جمع آنها را نمایش دهد. (مدار جمع کننده)

جمع کننده:



S = Sum حاصل جمع بیت ها

C = Carry

مراحل حل سوال بالا:

۱) مشخص کردن متغیر سوال

۲) کشیدن جدول درستی بر اساس متن سوال

۳) استخراج مینترم ها

۴) ساده سازی رابطه با استفاده از نقشه کارنو

۵) کشیدن مدار

P&PCO

@jozveotamrin

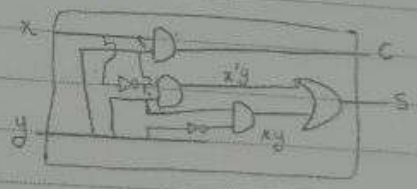
Scanned by CamScanner

x	y	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$S = \Sigma_{1,2} = x'y + xy'$

$C = m_3 = xy$

x \ y	0	1
0	0	1
1	2	3



مدار تمام جمع کننده

مداری طراحی کنید که حاصل جمع دو بیت را با در نظر گرفتن y ،x حاصل از مرحله قبل car

x	y	C_0	S	C_1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$S = \Sigma_{1,2,4,7}$ (مینترم)

$C_1 = \Sigma_{3,5,6,7}$

x \ yC_0	00	01	11	10
0	0	1 ✓	3	2 ✓
1	4 ✓	5	7	6

$C_0 \rightarrow S = x'y'C_0 + x'yC_0' + xy'C_0' + xyC_0$

$C_1 = yC_0 + xC_0 + xy$

PAPCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year: Month: Date:

مدار نیم تفریق کننده

مداری طراحی کنید که دو بیت ورودی را از یکدیگر تفریق کند.

x	y	D	B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$D = \Sigma_{1,2} = x'y + y'x$

$B = m_1 = x'y$

x \ y	0	1
0	0	1 ✓
1	2 ✓	3

مدار تمام تفریق کننده

مداری طراحی کنید که دو بیت ورودی را با در نظر گرفتن Borrow مرحله قبل از یکدیگر تفریق کند.

x	y	B_0	D	B_1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$D = \Sigma_{1,2,4,7} = x'y'B_0 + x'yB_0' + xy'B_0' + xyB_0$

$B_1 = \Sigma_{1,2,3,7} = x'B_0 + x'y + yB_0$

x \ yB0	00	01	11	10
0	0	1 ✓	3	2 ✓
1	4 ✓	5	7	6

مثال ① : مدار ترکیبی با سه ورودی و یک خروجی طراحی کنید به گونه ای که وقتی مقدار دودویی ورودی ها بیشتر از سه است، خروجی ۱ و در غیر اینصورت صفر باشد.

PqPCO

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year: Month: Date: ( )

مثال ۵: تابع مساوی تابعی باشد که دارای سه ورودی x و y و z و دو خروجی A و B و C مطابق لیست زیر باشد

x	y	z	A	B	C
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

$A = \Sigma_{3,5,6,7}$

$B = \Sigma_{1,2,4,7}$

$C = \Sigma_{0,3,4,6}$

yz \ x	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$A = xz + xy + yz$

$B = x'y'z + x'yz' + xyz' + xyz$

$C = z'$

حل سوال ۱:

x	y	z	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$M = \Sigma_{4,5,6,7}$

طول مدت سوال پرسیده

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year Month Date : :

هفته ۲ ۲۷ ۲

مدار مقایسه طراحی کنید که دو عدد ۴ بیتی را با هم مقایسه کند.

$A = A_3A_2A_1A_0$
$B = B_3B_2B_1B_0$

$\begin{cases} A>B \\ A=B \\ A<B \end{cases}$

$A_x = B_x = A_xB_x + A'_xB'_x$

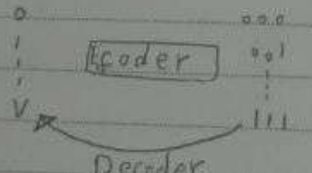
$A>B = A_3B'_3 + (A_3B_3 + A'_3 + B'_3)A_2B'_2 + (A_2B_2 + A'_2B'_2)(A_2B_2 + A'_2B'_2)$

$A_1B'_1 + (A_2B_2 + A'_2B'_2)(A_2B_2 + A'_2B'_2)(A_1B_1 + A'_1B'_1)A_0B'_0$

$A = B$

$(A_3B_3 + A'_3B'_3)(A_2B_2 + A'_2B'_2)(A_1B_1 + A'_1B'_1)(A_0B_0 + A'_0B'_0)$

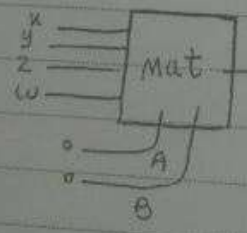
مدارها { Encoder مدارهای کدگشا - رمزکننده
Decoder کدگشا - رمزگشا }



x y z	A	B	C
000	1		
001		1	
010		1	

$A = x'y'z'$
$B = x'y'z$
$C = x'yz'$

مدارها { Multiplexe
Demulti plexe }



AB
00 → O = x
01 → O = y
10 → O = z
11 → O = w

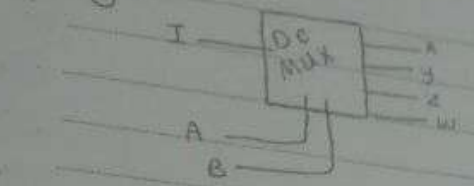
$O = xA'B' + yAB + zAB' + wAB$

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year Month Date

مثال:

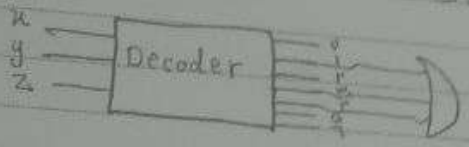


مدار زیر را طراحی کنید.

AB	
00	$x = I \rightarrow z = IA'B$
01	$y = I \rightarrow y = yA'B$
10	$z = I \rightarrow z = IAB'$
11	$w = I \rightarrow w = IAB$

$C_0 = I$

با استفاده از Decoder و and ، or ، Not Gate می‌توان هر مداری را پیاده سازی کرد.

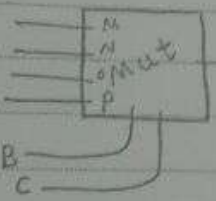


$F_1 = \Sigma 1, 2, 5, 7$

$C_0 = I$ با استفاده از MUX می‌توان هر مداری را پیاده سازی نمود.

$F(A, B, C) = \Sigma 1, 2, 5, 7$

مثال:



BC	ABC
m → 00	000
n → 01	001 / A=0
o → 10	010 / A=1
p → 11	011 → 3 = A
	101 → 5 = A
	111 → 7

تا نحوه طراحی مدار با استفاده از MUX

① تمام ورودی های مسئله با همان ترتیب خود مثال را به ابتدا ورودی اول تبدیل ها

آدرس MUX وصل می‌کنیم.

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner

Subject:
Year: Month: Date: / /

	I_0	I_1	I_2	I_3
A'	0	1	2	3
A	4	5	6	7

② تعیین جدول به صورت

③ علامت گذاری minterm ها در جدول ② ✓

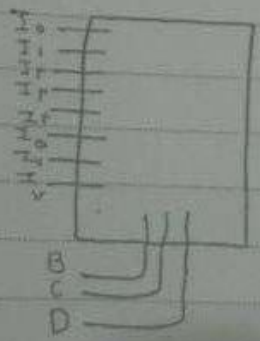
④ در صورتیکه هیچ دایره ای در ستون مورد نظر وجود نداشته باشد درون آن ستون 0 و

تمام دایره ها ... انتخاب شده باشند ... 1

در مورد سایر ستون ها متناسب با A تصمیم گیری می شود.

مثال: تابع زیر را با استفاده از MUX پیاده سازی کنید.

$F(A,B,C,D) = \Sigma 0,1,3,4,8,9,15$



ABCD

	I_0							I_7
A'	0 ✓	1 ✓	2 ✓	3 ✓	4 ✓	5	6	7
A	8 ✓	9 ✓	10	11	12	13	14	15 ✓
	1	1	0	A'	A'	0		A

@jozveotamrin

Scanned by CamScanner