@jozveotamrin

جلسه ۱۲

Subject: جلسه اول
Date: ۱۱/۱۶

الکتریسیته ← ساکن ← ماده ← الکترون e، پروتون p، نوترون n

ماده خنثی = $ne + np$ = بار ندارد

حرکت (دور یا نزدیک) ← سرعت ← a ← $F = m.a$

$F \propto \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$

$|\vec{F}_{21}| = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

بار ← توزیع بار ← پیوسته ← کولنتی ← غیرقابل شمارش ← توزیع
ناپیوسته

q

q_1, q_2

$q_1, q_2, \ldots q_n$

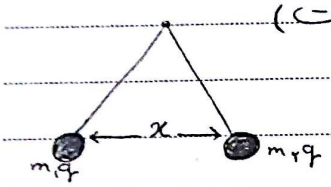
توزیع خطی بار: $\lambda = \frac{q}{L} \rightarrow \frac{C}{m}$

توزیع سطحی: $\sigma = \frac{q}{S} \rightarrow \frac{C}{m^2}$

توزیع حجمی: $\rho = \frac{C}{V} \rightarrow \frac{C}{m^3}$

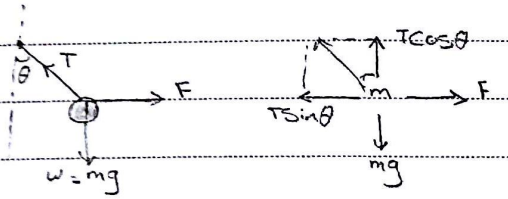
Subject:
Date

EX1 : دو گلوله به جرم m و بار q به انتهای دو ریسمان سبک به طول l متصل شده است. هنگامی که این دو گلوله در کنار یکدیگر قرار می گیرند نیروی دافعه ای کولنی فاصله x را برای آنها ایجاد می کند با صرف نظر از نیروی مقاومت هوا فاصله ی x را بیابید. (زاویه θ میان دو ریسمان بسیار کوچک است.)



قانون کولن : $|F_c| = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

$F = \frac{k q^2}{x^2}$



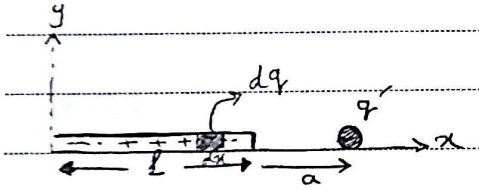
① $F_x = 0 \;:\; T\sin\theta = F_c$

② $F_y = 0 \;:\; T\cos\theta = mg$

$\frac{①}{②}$ $\tan\theta = \frac{F_c}{mg} \rightarrow F_c = \tan\theta\, mg$

$mg\tan\theta = \frac{q^2}{x^2}k \rightarrow x^2 = k\frac{q^2}{mg\tan\theta} \rightarrow x = q\sqrt{\frac{k}{mg\tan\theta}}$

EX2 : میله ای نازک به طول l در نظر می گیریم که مطابق شکل بر روی محور x ها قرار دارد. فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع یکنواختی بر روی میله توزیع شده باشند ($\lambda = \frac{dc}{dx} = \frac{c}{m}$ ثابت) اندازه ی نیروی برآیند وارد بر بار q را که بر فاصله ی a از یک انتهای میله قرار دارد بدست آورید.



قسمت اول : نیروی کولنی وارد به بار q از طرف بار l : $|F_c| = k\frac{qq'}{r^2}$

توزیع بار l : $\lambda = \frac{q}{l} \rightarrow$ کل $\rightarrow q = \lambda l$ توزیع بیوسته $\rightarrow dq = \lambda\, dx$

قسمت دوم : $dF_c = k\frac{q\,dq'}{x^2}$ $\quad F_c = dF_c + dF_c + \dots \quad F_c = \int dF_c \rightarrow F_c = \int k\frac{dq}{x^2}$

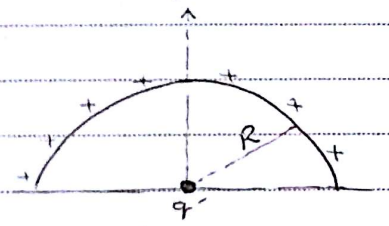
قسمت سوم : $F_c = F_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q'\lambda \int_a^{a+l} \frac{dx}{x^2}$

$F = \frac{\lambda q'}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l} x^{-2}\,dx \rightarrow F = \frac{\lambda q'}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{a+l}$

$F = \frac{\lambda q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+l}\right)$

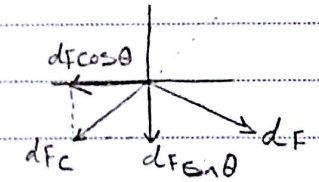
P4PCO

تمرین: سیمی رسانا به طول l به شکل نیم حلقه‌ای به شعاع R داده است. فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع یکنواخت بر روی آن پخش شده است. نیروی الکتریکی که بر بار q که در مرکز نیم حلقه قرار دارد وارد می‌شود را محاسبه کنید.



نیرو ↓ بار ↓ کولنی

$$F = k\frac{q \cdot q'}{R^2}$$



خط: $\lambda = \frac{q}{l} \rightsquigarrow q = \lambda l$

$$dq = \lambda\, dl$$

$$dF_C = k\frac{q \cdot q'}{R^2}$$

$$F_C = \int dF = \frac{kq'}{R^2}\int dq$$

$dF_x = \int dF\cos\theta = 0$

$dF_y = \int dF\sin\theta$

$$F_T = F_C = \int dF_y = \int dF\sin\theta$$

$$F_T = \frac{kq'}{R^2}\int \lambda\, dl \sin\theta$$

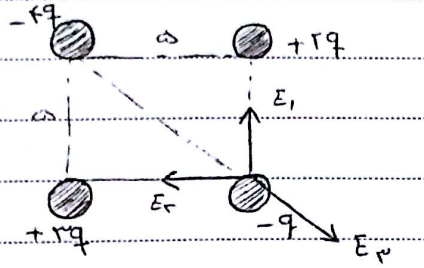
$$F = \frac{kq'\lambda}{R^2}\int dl\sin\theta$$

$$* \quad l = R\cdot\theta \rightsquigarrow dl = R\,d\theta$$

$$F = \frac{kq'\lambda}{R}\int \sin\theta\, d\theta = k\frac{q'\lambda}{R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}$$

Subject:
Date

تمرین ۱۸ تمرین بازی مطابق شکل در نظر بگیرید. با استفاده از اطلاعات داده شده اندازه‌ی نیروی کولنی وارد بر بار کوچکتر را بدست آورید.



$$E = k\frac{q \cdot q'}{r^2}$$

$$E_1 = k\frac{2q \cdot q}{2a} \rightarrow E_1 = k\frac{2q^2}{2a}$$

$$E_2 = k\frac{2q \cdot q}{2a} \rightarrow E_2 = \frac{2q^2}{2a}$$

$$\Rightarrow E_{1,2} =$$

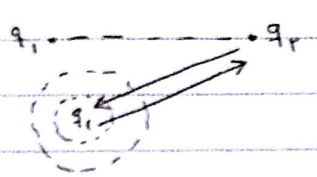
?
0

$E_3 =$

PdPCO

جلسه دوم — مبانی فیزیک ۲ (الکترومغناطیس) — تاریخ: کنترل علوم پایه — نام و نام خانوادگی:

Year. ____ Month. ۱۱ Day. ۲۳ — Subject: میدان الکتریکی



$|\vec{E}| \propto |\vec{F}_C|$

$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}_C|}{q} \rightarrow \frac{N}{C}$

$F_E = F_C = q_0 E$

$E = \frac{kqq_0}{\frac{r^2}{q_0}}$ ⇝ $E = \frac{kq}{r^2}$



$q_1, q_2, \dots, q_n$

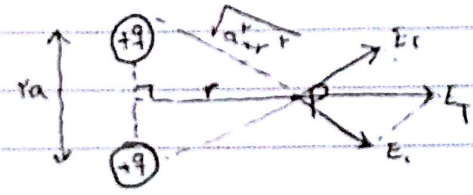
$\downarrow E_1 \quad \downarrow E_2 \quad \downarrow E_n$

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$

بررسی میدان حاصل الکتریکی

EX1 : توزیع ناپیوسته بار :

دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام مطابق شکل زیر داده شده‌اند با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از این دو بار را در نقطه P بروی خط عمود منصف دو بار بدست آورید.



$\sqrt{a^2+r^2}$

داریم : $|\vec{E}| = \frac{kq}{r^2}$

$\hookrightarrow E_1 = E_2 = \frac{kq}{a^2+r^2}$

$\vec{E}_{1,2} = \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$|E_T| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\theta}$

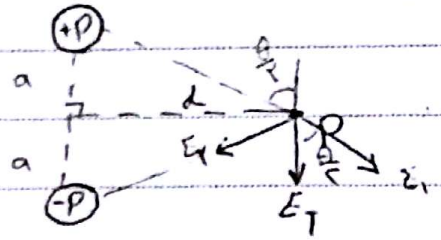
اگر: $E_1 = E_2 \Rightarrow E_T = 2E_1\cos\frac{\theta}{2}$

$E_T = \frac{2kq}{a^2+r^2} \left(\frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}\right)$

$$E_T = \frac{2kqr}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

EX 2 : دو قطبی الکتریکی

دستگاه نیز یکی شکل مقابل نمونه‌ای از دو قطبی الکتریکی می باشد با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل میدان الکترواستاتیکی حاصل از توزیع بار را در نقطه P بدست آورید



$$|\vec{E}| = \frac{kq}{r^2}$$

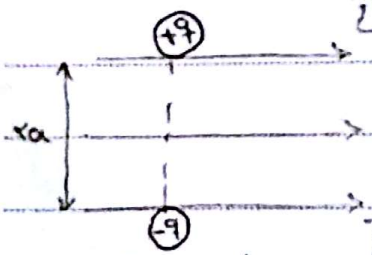
$$\hookrightarrow E_1 = E_2 = \frac{kq}{a^2+d^2}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad E_T = 2E_1 \cos\frac{\theta}{2} \qquad E_T = \frac{2kq}{a^2+d^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}}$$

$$\rightarrow E_T = \frac{2kqa}{(a^2+d^2)^{\frac{3}{2}}}$$

EX 3 : انرژی الکتریکی دو قطبی :

نرون کلینیک دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی یک نواخت E قرار گرفته است مطلوبیه این میدان می تواند با انجام کار دو قطبی را وادار به دوران کند رابطه‌ای برای مقدار کار لازم برای چرخش دو قطبی در این میدان بدست آورید.



$$E = \frac{F_c}{q} \hookrightarrow F_c = qE$$

درون ← خنثی ← بیرون

گشتاور τ

$$|\vec{E}| = de = \frac{i}{\omega_0} b^n = E$$

$$\tau_T = F_r + F_r = 2F_r$$

$$dw = F \cdot dr$$

$$dw = \tau \cdot d\theta \qquad \text{داریم: } \tau = \vec{F} \times \vec{r} \qquad |\tau| = Fr\sin\theta$$

$$\tau_{max} = \tau = Fr$$

$$\tau_T = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_T = 2\tau_1 = 2F_{\frac{r}{2}}$$

جلسه دوم

Year. ____ Month. ____ Day. ____ Subject: ____

$\tau = 2(qE) \cdot a \sin\theta$

$\tau = 2qa \cdot E \cdot \sin\theta$ استقلال ٪۱۰۰

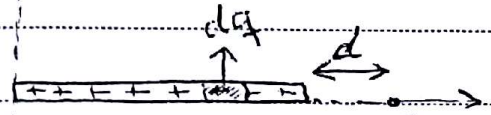
$p = 2a \cdot q$ گشتاور دوقطبی الکتریکی $\boxed{\tau = p \cdot E \cdot \sin\theta}$

$dw = \tau \cdot d\theta$

$w_1 = \int dw = \int \tau \cdot d\theta \rightarrow w = \int pE \sin\theta \cdot d\theta$

$\underline{w = pE[-\cos\theta]}$

تمرین ۱: میله‌ای رسانا به طول l در نظر بگیرید که بارهای الکتریکی مثبت با توزیع یکنواختی بر روی آن ایجاد شده است ($\frac{C}{m}$ ، λ ثابت). میدان الکتریکی ایجاد شده حاصل از این توزیع بار را در نقطه P (مطابق شکل) بدست آورید.



بار ← میدان الکتریکی

$E = \frac{kq}{r^2}$ $\quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$

$dE = \frac{k\,dq}{x^2}$ ← کوتاه ← بار

$E = dE + dE + \dots$ $\quad q$ $\quad \lambda = \frac{q}{l}$ $\quad E = \int dE$

$q = \lambda \cdot l$

$dq = \lambda \cdot dx$

$E = \int \frac{k\,dq}{x^2}$

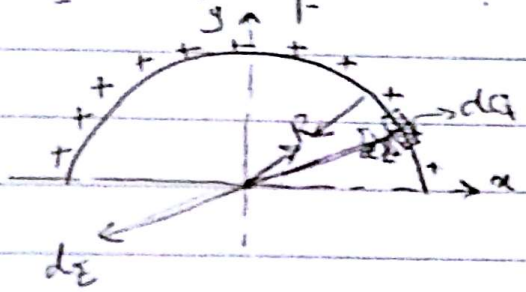
$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{\lambda\,dx}{x^2}$

$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-1}{x}\right]_d^{d+l}$ $\quad \Sigma$

$\underline{E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+l}\right)}$

Year. ____ Month. ____ Day. ____ Subject: ____

تمرین ۲: خط متناهی از بار به طول ℓ در نظر بگیرید. نشان دهید خط بار شکل نیم حلقه‌ای به شعاع R تشکیل شده است. میدان الکتریکی حاصل از این توزیع یکنواخت بار را در مرکز نیم حلقه بدست آورید.



$$E = \frac{kq}{r^2}$$

↓ بار

↓ تقسیم خطی

$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} \qquad E = \int \frac{k\,dq}{r^2}$$

$$\lambda = \frac{q}{\ell} \rightarrow q = \lambda \ell \rightarrow dq = \lambda \cdot d\ell$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda\, d\ell}{R^2}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \int dE_x = \int dE\cos\theta \\ E_y &= \int dE_y = \int dE\sin\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_T = E_y = \int dE\sin\theta \qquad E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{R^2} \int d\ell \sin\theta$$

$* d\ell = R\,d\theta \rightarrow$ $\qquad E = \frac{\lambda}{4R\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{R} \int \sin\theta \cdot d\theta$

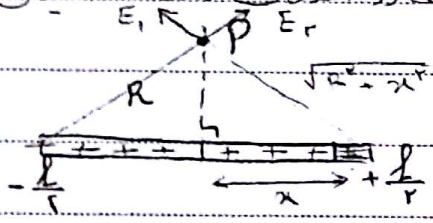
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

جلسه دوم

مسائل فصل ۲
زوج

Year. ____ Month. ____ Day. ____ Subject: ____

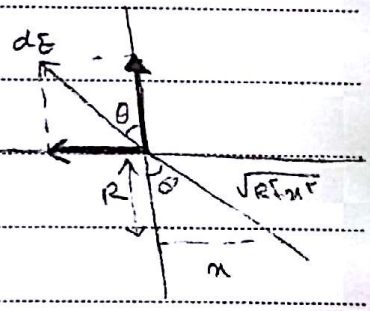
تمرین ۳ : خطی متناهی از بارهای الکتریکی مثبت منطبق بر محور x ها در نظر بگیرید توزیع این بارهای الکتریکی با تقریب خیلی خوبی بررسی این دستگاه ایجاد شده باشد با استفاده از اطلاعات داده شده میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار را در نقطه P محاسبه کنید.



$$E = \frac{kq}{r^2} \longrightarrow E = \frac{kq}{\sqrt{R^2+x^2}} \longrightarrow dE = k\frac{dq}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$q = \lambda . l$$

$$dq = \lambda . dx$$



$$E_x = \int dE . \sin\theta = 0$$

$$E_y = \int dE . \cos\theta$$

$$E_T = E_y = \int k\frac{\lambda\, dx}{R^2+x^2} . \cos\theta$$

$$E_T = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{R^2+x^2} . \cos\theta \qquad * \tan\theta = \frac{x}{R} \longrightarrow x = R\tan\theta$$

$$dx = R(1+\tan^2\theta)\, d\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{R(1+\tan^2\theta)}{R^2+x^2}\, d\theta . \cos\theta$$

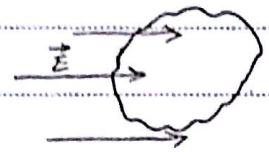
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{R(1+\tan^2\theta)}{R^2+R^2\tan^2\theta}\, d\theta . \cos\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{1}{R}\left[\sin\theta\right]$$

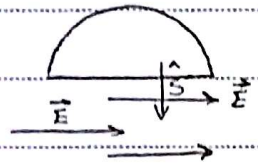
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}$$

Subject: جلسه ششم
Date ۱۱/۲۰

شار الکتریکی = تعداد خطوط میدان الکتریکی که سطح

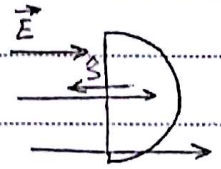


$\Phi_E = \vec{E}.\vec{S} \quad \rightarrow \quad |\Phi_E| = |\vec{E}||\vec{S}|.\cos\theta$



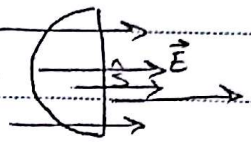
$\theta = 90^\circ$

$\Phi_E = E.S.\cos 90^\circ = 0$



$\theta = 180^\circ$

$\Phi_E = E.S.\cos 180^\circ = -E.S$

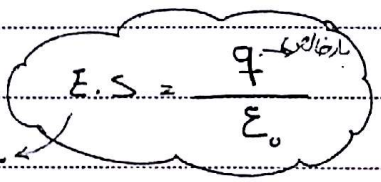


$\theta = 0$

$\Phi_E = E.S.\cos 0 = +E.S$

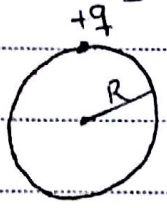
شار الکتریکی $\propto$ بار خالص روی سطح

$\Phi_E \propto q$



✓ قانون گاوس ـ قانون کولن :

EX1 : کره‌ای به شعاع R در نظر بگیرید فرض کنید بار نقطه‌ای $+q$ بر روی سطح این کره قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس اندازه‌ی میدان الکتریکی ایجاد شده را در اطراف کره بدست آورید.



$d\Phi_E = E.dS \qquad \Phi = E.S$

$E.S = \frac{q_{\text{بار داخل کره}}}{\varepsilon_0}$ ← سطح گاوسی کروی

$E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

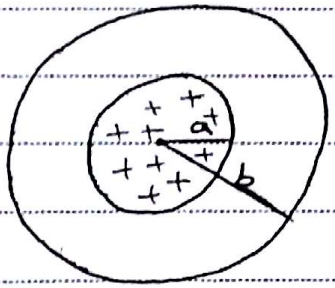
$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}{k}.\frac{q}{r^2} \rightarrow E = k\frac{q}{r^2}$

PAPCO

Subject:
Date

« توزیع بار با تقارن کروی »

EX1 : کره‌ای توپر هم‌مرکز به شعاع‌های a و b در نظر بگیرید. فرض کنید بارهای الکتریکی به صورت یکنواخت در حجم کره داخلی توزیع شده است ($\rho = \frac{C}{m^3}$ ثابت). میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار را در منطقه‌ی الف) $r < a$ ب) $r > a$ بدست آورید.



توزیع حجمی ⟵ توزیع بار پیوسته

$\rho = \frac{q}{v} \Rightarrow q = \rho . v$ ρ = ثابت

$dq = \rho . dv$ ρ ≠ ثابت

ب) $r > a$ (سطح گاوسی کره)

$E . S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho v}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho . \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}$

الف) $r < a$ (سطح گاوسی کره)

$E . S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho v}{\varepsilon_0}$

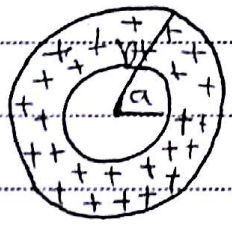
$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho . \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

(تقارن کروی بار)

تمرین : کره‌ای توپر هم‌مرکز به شعاع‌های a و b در نظر بگیرید. فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع حجمی یکنواختی در فضای میان کره ایجاد شده است. میدان الکتروستاتیکی حاصل از این توزیع بار را در فضای میان کره در منطقه‌ی ($a < r < b$) بدست آورید.

ρ = ثابت



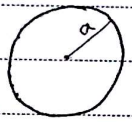
$E . S = \frac{q}{\varepsilon_0}$ ⟵ $E . 4\pi r^2 = \frac{\rho . v}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho [\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi a^3]}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E = \frac{\rho (r^3 - a^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$

Subject: ② جلسه سوم
Date ۱۱/۳۰

مثال حل: کره‌ای به شعاع a در نظر بگیرید. فرض کنید در حجم این کره توزیع غیر یکنواختی از بار به شکل $\rho = \frac{A}{r^3}$ ایجاد شده است. (ضریب ثابت = A) با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار را در منطقه‌ی $r < a$ بدست آورید.



میدان الکتریکی E ← بار ← $\rho = \frac{q}{v}$

$q = \rho . v$ ρ ≠ ثابت ، تابع r

$E . S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$dq = \rho . dv$

$E . 4\pi r^2 = \frac{?!}{\varepsilon_0}$

$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow dv = 4\pi r^2 . dr$

$q = \int dq = \int \rho . dv \rightarrow q = \int \frac{A}{r^3} 4\pi r^2 dr$

$\rightarrow q = 4\pi A \int \frac{dr}{r}$

$q = 4\pi A \left[\ln r \right]_0^r$

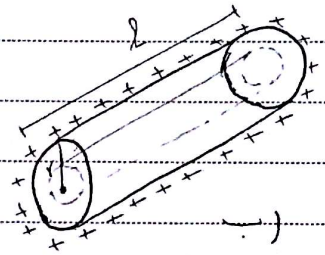
$q = 4\pi A \ln r$

$E . 4\pi r^2 = \frac{4\pi A \ln r}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{A \ln r}{r^2 . \varepsilon_0}$

توزیع بار با تقارن استوانه‌ای

استوانه‌ای به طول l و شعاع r در نظر بگیرید. فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع یکنواختی بر روی سطح استوانه قرار گرفته باشند ($\frac{c}{m^2}$ ثابت = δ) میدان حاصل از این توزیع بار را در منطقه‌ی داخل و خارج از استوانه بدست آورید.



سطح گاوسی استوانه‌ای

(الف) $E . S = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$E . 2\pi r l = \frac{0}{\varepsilon_0} \rightarrow E = 0$

(ب)

$\delta = \frac{q}{s}$ $E . S = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E . 2\pi r l = \frac{\delta . s}{\varepsilon_0}$

$q = \delta . s$

$E . 2\pi r l = \frac{\delta . 2\pi a l}{\varepsilon_0}$

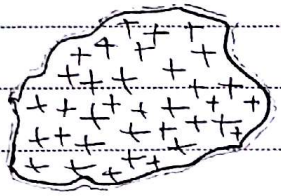
$E = \frac{\delta . a}{\varepsilon_0 r}$

P4PCO

Subject:
Date

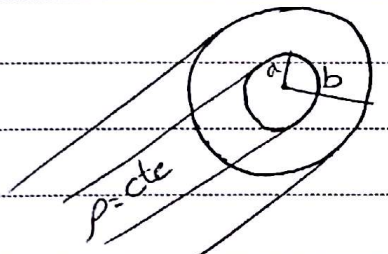
بررسی میدان الکتریکی دستگاهای باردار متقارن:

سطح بسته‌ای با مساحت S در نظر بگیرید (مطابق شکل) با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی حاصل از این توزیع بار را در منطقه‌ای نزدیک به سطح دستگاه آن محاسبه کنید.



$$E.S = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E.S = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Ex: در استوانه توپر هم‌محور به شعاع‌های a و b در نظر بگیرید فرض کنید توزیع حجمی یکنواختی از بارهای الکتریکی در استوانه‌ی داخلی ایجاد شده است. میدان الکتریکی را در دو منطقه‌ی الف) $r>a$ ب) $r>b$ بدست آورید.



الف) $r<a$

$$E.S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi r l = \frac{\rho.V}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi r l = \frac{\rho.\pi r^2 l}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

ب) $r>b$

$$E.S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi r l = \frac{\rho.V}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi r l = \frac{\rho.\pi a^2 l}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\rho.a^2}{2\varepsilon_0 r}$$

تمرین: استوانه‌ای به طول l و شعاع a در نظر بگیرید فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع غیریکنواختی در حجم استوانه به صورت $\rho(r) = Ar^2$ که در این رابطه A ضریب ثابت است میدان الکتروستاتیکی حاصل از این توزیع بار را در داخل استوانه بدست آورید.

توزیع حجمی بار: $\rho = \frac{q}{V} \rightarrow q = \rho.V$ ثابت $\neq \rho$

$dV = 2\pi r.dr.l$ / $V = \pi r^2.l$ / انتگرال‌گیری $dq = \rho.dV$

$$q = \int \rho.dV \quad q = \int Ar^2.2\pi r l.dr \quad q = 2\pi A l \int r^3 dr$$

$$q = 2\pi A l \left[\frac{1}{4}r^4\right]_0^a$$

$$q = \frac{\pi A l}{2} a^4$$

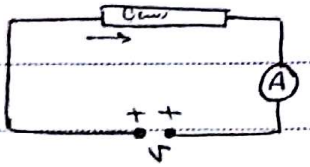
$$E.S = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad E.2\pi r l = \frac{\pi \frac{A l}{2} a^4}{\varepsilon_0} \quad E = \frac{A a^4}{4\varepsilon_0}$$

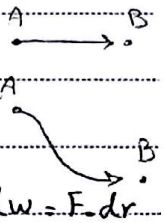
P4PCO

۲۶ فصل ۲ ← امتحان تم

Subject: ① جلسه چهارم
Date ۱۲/۷

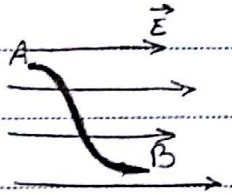
«پتانسیل» انرژی ∝ اختلاف پتانسیل



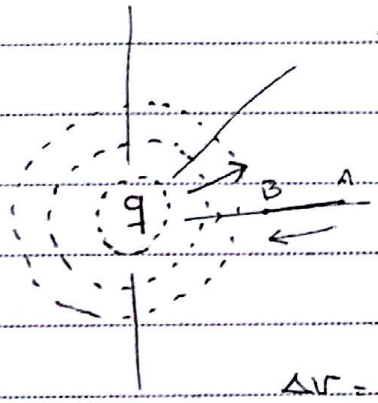


$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{U}{q} = \frac{W \to J}{q \to C} \quad \text{ولت} = \frac{J}{C}$$

$$dW = F.dr$$



$$\Delta V = \frac{\int F.dr}{q} \qquad \Delta V = \frac{\int qE.dr}{q} \Rightarrow \boxed{\Delta V = \int E.dr}$$



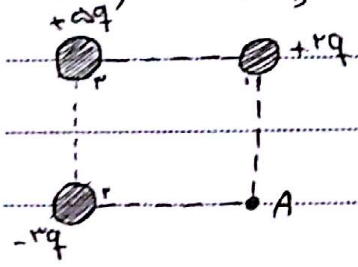
$$\Rightarrow dV = E.dr \Rightarrow \boxed{E = \frac{dV}{dr}}$$

$$\Delta V = \int \frac{kq}{r^2}.dr \Rightarrow \Delta V = kq \int \frac{dr}{r^2}$$

$$\Delta V = kq \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} \Rightarrow V_B - V_A = -\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \Rightarrow \boxed{V = \frac{kq}{r}}$$

«بررسی پتانسیل الکتریکی در دستگاه‌های فیزیکی»

EX1: فرض کنید در توزیع بار شکل مقابل پتانسیل الکتریکی در آن بین بدون بار صفر باشد. حد رابطه‌ای از بزرگی میان دو بار q و q′ برحسب خواهد بود؟



$$V = k\frac{q}{r}$$

$$q_1 \to V_1 \;,\; q_2 \to V_2 \;,\; q_3 \to V_3$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_A = k\frac{rq}{a} + k\frac{-3q}{a} + k\frac{aq'}{a\sqrt{2}} = 0$$

$$-k\frac{q}{a} + \frac{ak}{a\sqrt{2}}\frac{q'}{} = 0 \Rightarrow q = \frac{aq'}{\sqrt{2}}$$

Subject:
Date

EX2 : سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در یک راستا در نظر بگیرید به نحوی که $r \gg a$ باشد پتانسیل الکتریکی کل را در نقطه P بدست آورید.



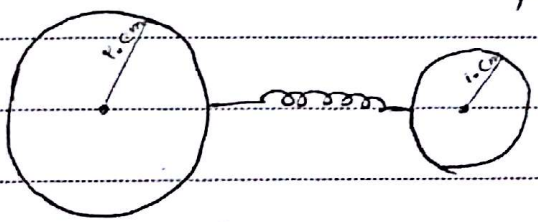
($r \gg a$) (در توان ۲ + جمع یا تفریق در مخرج) ← حرف نگذار a

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \rightarrow V = k\frac{q}{r-a} + \frac{kq}{r} - \frac{kq}{r+a}$$

$$\Rightarrow V = \frac{kq}{r} + kq\left(\frac{1}{r-a} - \frac{1}{r+a}\right) \Rightarrow V = \frac{kq}{r} + kq\,\frac{r+a-r+a}{r^2-a^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{kq}{r} + \frac{2kqa}{r^2-a^2} \Rightarrow V = \frac{kq}{r} + \frac{2kqa}{r^2}$$

EX3 : دو کره به شعاع های ۱۰ و ۲۰ cm در مجموع دارای ۳۰ μC بار می باشند. نرخ کنید این دو کره را در زمان کوتاه بوسیله‌ی سیمی رسانا به یکدیگر متصل کرده باشد. با قطع این سیم رابطا بار خالی ذخیره شده بر روی هر کره چقدر خواهد بود؟



$$V_B - V_A = \frac{W}{q} = 0$$

$V_A = V_B$ سطوح هم پتانسیل

$$q'_1 + q'_2 = 30\ \mu C$$

$$V_1 = V_2$$

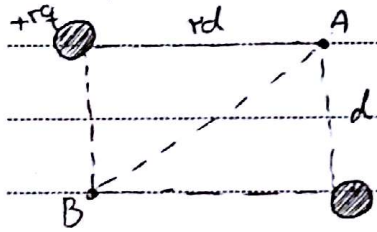
$$\frac{kq'_1}{r_1} = \frac{kq'_2}{r_2}$$

$$\frac{q'_1}{10} = \frac{q'_2}{20} \Rightarrow q'_2 = 2q'_1$$

$$\rightarrow q'_1 + 2q'_1 = 30$$

$$3q'_1 = 30 \Rightarrow q'_1 = \frac{30}{3}\ \mu C$$

تمرین ۱ : دو بار الکتریکی مطابق شکل در دو رأس مستطیلی در نظر بگیرید حقیقتاً باید انجام شود تا بار سوم $+5q$ در مسیر تخت از نقطه A به نقطه B انتقال یابد. $W = ?$



$$V_B - V_A = \frac{W}{q} \qquad W = q(V_B - V_A)$$

پتانسیل مبدا ← پتانسیل مقصد ← بار انتقال

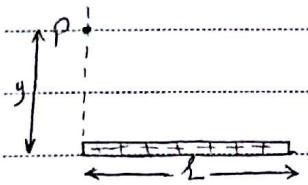
$$V_A = V_1 + V_2 \Rightarrow V_A = k\frac{2q}{2d} + k\frac{2q}{d} \Rightarrow V_A = V_A = 2\frac{kq}{d}$$

$$V_B = V_1 + V_2 \Rightarrow V_B = k\frac{2q}{d} + k\frac{2q}{2d} \Rightarrow V_B = \frac{3}{2}\frac{kq}{d}$$

$$W = 5q\left(\frac{3}{2}\frac{kq}{d} - 2\frac{kq}{d}\right) \Rightarrow W = 5q\left(-\frac{1}{2}\frac{kq}{d}\right) \Rightarrow W = -\frac{5}{2}k\frac{q^2}{d}$$

Subject: ② جلسه چهارم
Date ۱۲/۷

تمرین ۲: میله‌ای رسانا به طول l در نظر بگیرید که مطابق شکل بر روی محور xها قرار دارد. فرض کنید بارهای الکتریکی مثبت با توزیع غیریکنواخت برابر با $\lambda = cx$ توزیع شده باشند که در این رابطه c ضریب ثابتی است. پتانسیل حاصل از این توزیع بار را در نقطه P بدست آورید.



توزیع خطی ← بار ← پتانسیل

$\lambda = \frac{q}{l} \rightarrow q = \lambda l$

چندبار $dq = \lambda \cdot dx$

$dv = k\frac{dq}{r}$

$v = dv + dv + \dots = \int dv$

$v = \int k\frac{dq}{r}$

$v = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^l \frac{\lambda\, dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$

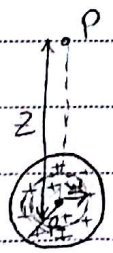
$v = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{x\, dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$

روش تغییر متغیر: $x^2+y^2 = u^2 \qquad 2x\,dx = 2u\,du$

$v = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{u\,du}{u} = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\int du = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}[u]$

$\rightarrow v = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sqrt{x^2+y^2}\right]\Big|_0^l \rightarrow v = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{l^2+y^2} - y\right)$

تمرین ۳: صفحه‌ای به شعاع R در نظر بگیرید. فرض کنید بارهای الکتریکی با توزیع یکنواختی در این صفحه توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی کل حاصل از این مجموعه بار را در نقطه P به فاصله Z بر روی محور صفحه بدست آورید.



$\sigma = \frac{q}{s} \rightarrow q = \sigma \cdot s$

$dq = \sigma \cdot ds$

$s = \pi w^2 \rightarrow ds = 2\pi\, dw$

$v = \frac{kq}{r} \rightarrow v = \int k\frac{dq}{r}$

$v = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma \cdot ds}{\sqrt{w^2+z^2}}$

$v = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{2\pi w\, dw}{\sqrt{w^2+z^2}}$

(σ = ثابت، $\frac{c}{m^2}$)

$v = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{w\, dw}{\sqrt{w^2+z^2}}$

Subject:
Date

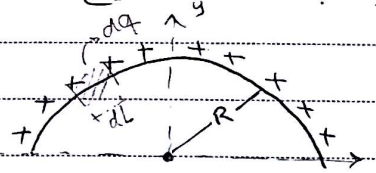
روش تغییر متغیر : $w^2+z^2=u^2 \qquad 2w\,dw = 2u\,du$

$$V=\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\int\frac{u\,du}{u} \Rightarrow V=\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}[u]$$

$$V=\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{w^2+z^2}\right)\Big|_{w=0}^{w=R}$$

$$V=\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2}-z\right)$$

تمرین ۲ : نیم حلقه‌ای به شعاع R در نظر بگیرید فرض کنید بارهای الکتریکی بصورت یکنواخت در این دستگاه توزیع شده باشد پتانسیل الکتریکی این مجموعه بار را در مرکز نیم حلقه بدست آورید.



$\lambda = cte, \frac{C}{m}$

بار الکتریکی ⟵ پتانسیل الکتریکی

توزیع پیوسته

طولی ⟵ ثابت $\lambda = \frac{q}{l}$

$q = \lambda . l$

$dq = \lambda\, dl$

جزء بار $dV = k\frac{dq}{r}$

$V = k\frac{q}{r}$

$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$

$V_T = dV + dV + \dots$

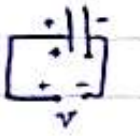
$V = \int dV = \int \frac{k\,dq}{R}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda\, dl}{R}$

$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\int dl$ ⟹ $V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[l]$ نیم حلقه

$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot \pi R$

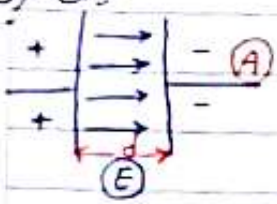
$V = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$



$C = \frac{q}{V} =$ ثابت

واحد $= \frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}$ = فاراد $\qquad q \propto V = CV$

میدان الکتریکی



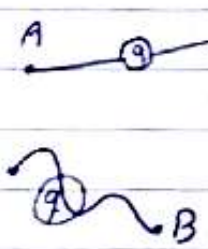
$C = ? \frac{q}{V}$ $\qquad$ قانون گاوس $\oint E ds = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$ES = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{ES\varepsilon_0 = q}$

سایر سل الکتریکی $V = \frac{U}{q} = \frac{dw}{q}$ $\qquad V = \int E dr \rightarrow V = Er$

$C = \frac{\varepsilon_0 EA}{Ed} \rightarrow \boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$

انرژی ذخیره شده در خازن:



$V = \frac{U}{q}$

$U = W = q.V$

$dW = dq.V$

مقدار کار $= \int dw$

$W = \int V.dq$

$W = \int \frac{q}{C} . dq \rightarrow 2W = \frac{1}{C} \int q.dq$ $\qquad$ C ثابت

$W = \frac{1}{C} \left[\frac{1}{2} q^2\right] \rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2}$

تعبیرات انرژی

$U = \frac{1}{2} CV^2$

$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

چگالی انرژی ذخیره شده در خازن:

$u = \frac{U}{V}$

خازن مسطح: $u = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{A.d}$

$u = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d} . V^2}{A.d} \rightarrow u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{V^2}{d^2}$

$V = E.d$

چگالی انرژی الکتریکی $u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

* اثبات کلی و استوانه‌ای

Subject: جلسه ۵ فیزیک ۲ Date: 95/12/14

$u_E \propto E^2$ ✱ $\frac{U}{V_{\text{حجم}}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ $\quad U_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 . V$

✱ $dU_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 . dV$

✱ $U_E = \int dU_E$

$U_E = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 . dV$ کره: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \longrightarrow dV = 4\pi r^2 dr$

استوانه: $V = \pi r^2 . l \longrightarrow dV = 2\pi r l . dr$



خازن کروی:

قانون گاوس: $E.S = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E.q\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$ سطح کره گاوسی

$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

✱ میدان الکتریکی در فضای میان دو لایه

پتانسیل: $V = \int E . dr$

$V = \int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} . dr \Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dr}{r^2} \longrightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r}\right]_a^b$

$\rightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \rightarrow \frac{V}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab} \rightarrow \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$

ظرفیت خازن کروی $\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}}$

خازن استوانه‌ای

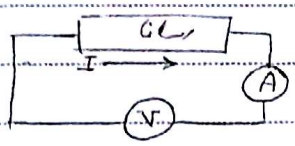
قانون گاوس: $E.S = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E.2\pi r l = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l}}$ سطح گاوسی استوانه‌ای

پتانسیل $V = \int E . dr \longrightarrow V = \int \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l} . dr \longrightarrow V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \int \frac{dr}{r}$

$V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} [\ln r]_a^b \rightarrow V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} . \ln\frac{b}{a} \rightarrow \frac{V}{q} =$

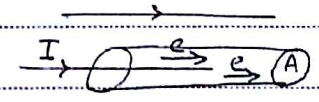
Subject: جلسه ششم ①
Date ۱۰/۱۹

حرکت احتمالی الکترون‌ها = جریان الکتریکی



$$I \propto q = \frac{q}{t} \quad \begin{matrix} \to C \\ \to s \end{matrix}$$

A = آمپر = $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$

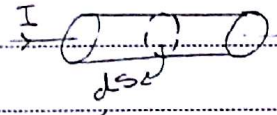


$q = I.t$

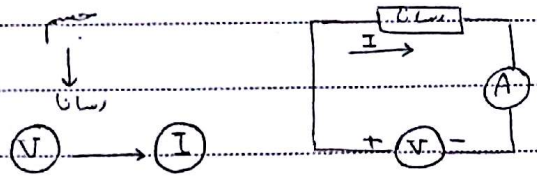
$dq = I.dt \Rightarrow I = \frac{dq}{dt}$ = آهنگ عبور بار

چگالی جریان = $\frac{I}{S} = j_{(\frac{A}{m^2})}$ $\longrightarrow$ $I = \underset{\text{تابع}}{j}.S$; j = ثابت

$dI = j\,ds \Rightarrow I = \int j\,ds$ ✱ جریان الکتریکی عبوری از سطح مقطع رسانا



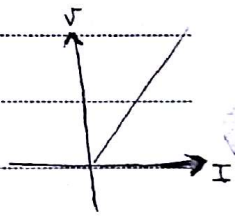
✓ مقاومت الکتریکی



R : مقاومت = $\frac{V}{I}$ = ثابت

$V \propto I$

$\boxed{V = IR}$



✓ مقاومت ویژه $\boxed{\rho = \frac{E}{j}}$ داریم: $V = E.d$ ، $j = \frac{I}{S}$

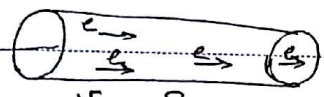
$$\rho = \frac{\frac{V}{l}}{\frac{I}{A}} = \frac{V}{I} \cdot \frac{A}{l} = R \cdot \frac{A}{l} = \text{ثابت}$$

ρ : $\Omega.m$ ، R : Ω ، A : m^2 ، l : m

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{A}}$$

Subject:
Date

✓ حرکت حامل بار در یک رسانای الکتریکی



آهنگ عبور بار $I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$: داریم I =

$\vec{v}_e$: حرکت ← بار الکتریکی

$x = vt \rightarrow v_e = \frac{l}{t}$

$I = \frac{ne}{\frac{l}{v}} = \frac{ne.v}{l} = ne.\frac{A.l.v_e}{l}$

داخل سیم - رسانا (داخل حجم مشخص)

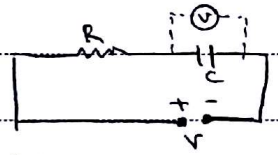
$v_e = \frac{I}{ne\,A} = \frac{j}{n.e}$

$v_e = \frac{j}{n.e}$ → چگالی بار

→ $1/6 \times 10^{-19}$ C

تعداد الکترون

✓ R C



$v_c = ?$ تابع شارژ خازن

آهنگ انباشتگی بار $I_c = \frac{dq}{dt}$

رابطه ساده : $q = C.v$

$I_c = \frac{d}{dt}(\underbrace{C}_{\text{ثابت}}.v_c) = C\frac{dv_c}{dt}$

$I_R = \frac{v_R}{R}$ $\quad v = v_R + v_c$ $\quad I_R = \frac{v - v_c}{R}$

$I_c = I_R$ $\quad C\frac{dv_c}{dt} = \frac{v - v_c}{R}$ $\quad \frac{dv_c}{\underbrace{v - v_c}_{\text{تابع}}} = \frac{dt}{RC}$

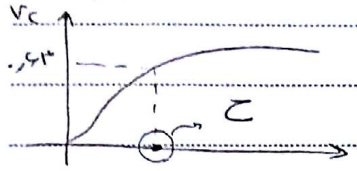
$\Rightarrow \frac{d(v - v_c)}{v - v_c} = \frac{dt}{RC}$

$\int \frac{d(v - v_c)}{v - v_c} = \int \frac{dt}{RC}$ $\quad \ln(v - v_c) = \frac{t}{RC} + \underbrace{E_0}_{\text{ثابت}}$

$t = 0 \Rightarrow v_c = 0$

Subject: ⑫ حل مسئله
Date 1/19

R-C مدار $V_c = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ داریم:



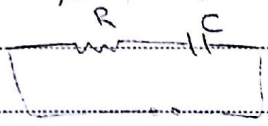
ثابت زمانی τ

$\tau = R \cdot C$

$V_c = V(1 - \frac{1}{e}) = 0.63\,V$ ($\frac{1}{e} \approx 0.37$)

سطح شارژ خازن

مثال: مداری تک حلقه‌ای در نظر بگیرید که در آن مقاومت الکتریکی R با منبع خازن C سری شده است. مدت زمان برحسب ثابت زمانی طول می‌کشد تا بار ذخیره شده بر یکی صفحات خازن به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ کل بار ذخیره شده باشد.



$V_c = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$q = CV \rightarrow V = \frac{q}{C}$

$\frac{q}{C} = \frac{q_0}{C}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$q_c = q_t(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$\frac{1}{3} q_t = q_t(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$\frac{1}{3} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$

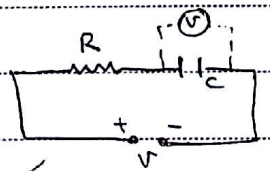
$e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{1}{3}$

$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{2}{3}$

$\ln e^{-\frac{t}{RC}} = \ln \frac{2}{3}$

$-\frac{t}{RC} = \ln \frac{2}{3} \rightarrow t = -RC \ln \frac{2}{3}$

✓ R-C دشارژ



$I_c = -$ آهنگ کاهش بار

$I_c = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C V_c) = C\frac{dV_c}{dt}$ (C ثابت)

$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V - V_c}{R} = -\frac{V_c}{R}$

$I_c = I_R : C\frac{dV_c}{dt} = -\frac{V_c}{R}$

$\frac{dV_c}{V_c} = -\frac{dt}{RC}$

$\int \frac{dV_c}{V_c} = -\int \frac{dt}{RC}$

$\ln V_c = -\frac{t}{RC} + E$ (E ثابت)

$t = 0 : V_c = V_0$

$V_c = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

تابع دشارژ

Subject: جلسه هفتم ①
Date ۱/۲۴

مثال: مداری تک حلقه‌ای در نظر بگیرید که در آن خازن با ظرفیت C در سری با یک مقاومت الکتریکی شارژ می‌شود. چه مدت زمان طول می‌کشد تا اختلاف پتانسیل دو سر این خازن به $\frac{1}{4}$ برابر اختلاف پتانسیل کل مدار برسد؟

$$V_C = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$\frac{1}{4}V_0 = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{RC}} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln(\frac{3}{4})$$

$$\Rightarrow t = -RC\ln\frac{3}{4}$$

مثال: مداری یک حلقه‌ای از خازن و مقاومت در نظر بگیرید که در آن خازن دشارژ می‌شود. پس از گذشت چه مدت زمانی از بابتری ذخیره شده در خازن به $\frac{2}{3}$ مقدار اولیه خواهد رسید؟

$$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q = CV \Rightarrow q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{2}{3}q_0 = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{2}{3} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \ln\frac{2}{3} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow t = -\ln(\frac{2}{3}) \cdot RC$$

تمرین: خازنی با ظرفیت C در نظر بگیرید که با مقاومت الکتریکی R دشارژ می‌شود. چه مدت زمان طول می‌کشد تا انرژی ذخیره شده در این خازن به نصف انرژی اولیه کاهش یابد؟

$$U_C = U_E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

انرژی ذخیره شده در خازن

$R \cdot C$ ما $U_E \neq \frac{1}{2}CV^2$

$$U_E \propto q^2$$

$$q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}\frac{1}{C}q_0^2 e^{-\frac{2t}{RC}} \Rightarrow U_E = U_0 e^{-\frac{2t}{RC}}$$

طرح: $U = U_0 e^{-\frac{2t}{RC}} \Rightarrow \frac{1}{2}U_0 = U_0 e^{-\frac{2t}{RC}} \Rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\frac{2t}{RC}$

$$\Rightarrow -2t = RC\ln(\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{2}RC\ln(\frac{1}{2})$$

Subject: ② جلسه هفتم
Date ۱۳۹۶

تمرین: مداری تک حلقه‌ای از خازن و مقاومت در نظر بگیرید که اختلاف پتانسیل دو سر این خازن ۱۰۰ V است اگر خازن در مدت ۱۰ s دشارژ شود و اختلاف پتانسیل دو سر آن به ۱۰ V برسد در این صورت پس از گذشت زمان ۲۰ s از شروع دشارژ و تماژ دو سر خازن چقدر خواهد بود؟ $V_C = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

$10 = 100\, e^{-\frac{10}{RC}} \Rightarrow e^{-\frac{10}{RC}} = 0.1$

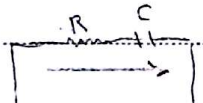
$V_C = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow V_C = 100\, e^{-\frac{20}{RC}}$

$\Rightarrow V_C = 100 \left[e^{-\frac{10}{RC}}\right]^2$

$\Rightarrow V_C = 100 \left(\frac{1}{10}\right)^2 \rightarrow V_C = 1\ V$

تمرین: خازنی با ظرفیت $1\ \mu F$ در یک مدار تک حلقه‌ای با مقاومت $1\ M\Omega$ در حالت کسری قرار دارد بطوریکه انرژی اولیه‌ی خازن $\frac{1}{2}$ می باشد. الف) جریان اولیه در شروع تخلیه‌ی خازن. ب) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت بصورت تابعی از زمان.

الف)



$I = \frac{q}{t} \rightarrow I = \text{آهنگ تغییر} = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I = \frac{d}{dt}(q_0 e^{-\frac{t}{RC}})$

$I = q_0\left(-\frac{1}{RC}\right) e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I = \frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I_0 = \frac{q_0}{RC}$

$\Rightarrow I_0 = \frac{\sqrt{2uC}}{1\times10^{6}\times1\times10^{-6}}$

$\Rightarrow I_0 = \frac{\sqrt{1-5}}{10}$

ب) $V_R = ?$

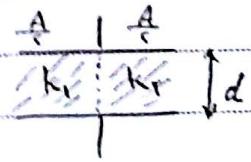
طبق R-C: $0 = V_C + V_R \Rightarrow -V_C = V_R$

$V_{R_0} = -V_{C_0} \rightarrow e^{-\frac{t}{RC}}$

$\frac{q_0}{C}$ ( ) $\Rightarrow V_R = \frac{\sqrt{10^{-5}}}{10^{-5}} e^{-\frac{t}{10}}$

Subject:
Date

تمرین: خازن مسطح در نظر بگیرید که فضای میان دو صفحه‌ی آن را با دو ماده‌ی دی الکتریک مطابق شکل پر کرده‌ایم. رابطه‌ای برای ظرفیت این خازن بدست آورید.



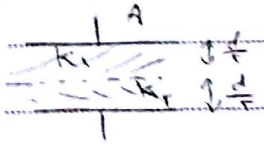
$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\begin{cases} C_1 = k_1\varepsilon_0 \frac{\frac{A}{2}}{d} \\ \hookrightarrow C_2 = k_2\varepsilon_0 \frac{\frac{A}{2}}{d} \end{cases}$$

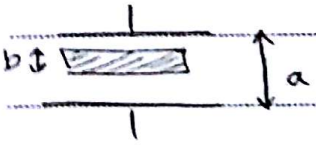
$$C_T = C_{eq} = C_1 + C_2 = k_1\varepsilon_0 \frac{A}{2d} + k_2\varepsilon_0 \frac{A}{2d}$$

$$\Rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}\left(\frac{k_1}{2} + \frac{k_2}{2}\right) \Rightarrow C = \frac{k_1 + k_2}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

تمرین: خازن مسطحی را در نظر بگیرید که فضای میان دو صفحه آن را با دو ماده‌ی دی الکتریک مطابق شکل پر کرده‌ایم. رابطه‌ای برای ظرفیت این خازن بدست آورید.



تمرین: خازن مسطحی را در نظر بگیرید که در فضای میان دو صفحه آن تصفحه‌ای دی الکتریک ضخامت a قرار دارد که این تصفحه‌ای می‌تواند در فضای میان دو تیغه خازن جابجا شود. رابطه‌ای برای ظرفیت خازن بر حسب موقعیت B بدست آورید.



Subject: جلسه هفتم ③
Date ۱۴۰۱

***** تمرین: خازنی را در نظر بگیرید که از دو کره‌ی توخالی هم‌مرکز تشکیل شده است. همگام که به اختلاف پتانسیل مشخصی متصل می‌شوند میدان الکتریکی $E = \frac{A}{r^2}$ در فضای میان دو صفحه ایجاد شده است. انرژی الکتریکی ذخیره شده در فضای میان دو صفحه‌ی خازن را بیابید. $a \leq r \leq b$

فصل ۱: ۹ _ ۱۰ _ ۱۹ _ ۲۰

فصل ۲: ۲۱ _ ۲۲ _ ۲۵* _ ۲۶* _ ۲۹ _ ۳۸ _ ۳۹*

فصل ۳: ۸ _ ۹* _ ۱۱ _ ۱۲ _ ۲۸* _ ۳۰ _ ۳۱*

فصل ۴: ۱۷ _ ۱۸ _ ۱۹* _ ۲۰* _ ۲۱

فصل ۵: ۱۶ _ ۲۰ _ ۲۱ _ ۲۳* _ ۲۴ _ ۲۷*

فصل ۶: ۴ _ ۶ _ ۱۳* _ ۲۰* _ ۳۰ _ ۳۵* _ ۳۶* _ ۳۸*

Subject: جلسه هشتم ①
Date ۲/۲

✓ میدان مغناطیسی

ذره باردار تندا

q ↗ v ⊗

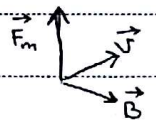
$|\vec{B}| = \frac{F}{q \cdot v}$; $\vec{v} \perp \vec{B}$

تسلا (T) ← $\frac{\text{نیوتن}}{\text{متر بر کولن}}$

$F_m = q \cdot v \cdot B \sin 90^\circ$

$\boxed{|\vec{F}_m| = q \cdot v \cdot B \sin\theta}$ ($|\vec{v}|$ ↙ ، $|\vec{B}|$ ↓)

$\vec{F}_m = \vec{F}_B = q\, \vec{v} \times \vec{B}$



✓ $\vec{v} \perp \vec{B}$; $F_m : max = qvB$ →

✓ $\vec{v} \parallel \vec{B}$; $F_m = 0$



سیکلوترون / نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک مسیر دایره‌ای

حرکت ذره → شتاب → نیرو

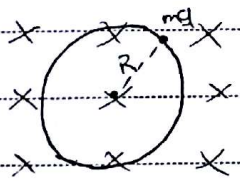
شتاب مکانیکی $a = \frac{v^2}{R}$

$F = ma = \frac{mv^2}{R}$

$F_B = qvB\sin\theta$

$\frac{mv^2}{R} = qvB$

$\boxed{\frac{mv}{R} = qB}$ ← حرکت در مسیر دایره‌ای



سرعت مجاز $v = \frac{q.B.R}{m}$

زمان تناوب $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\frac{qBR}{m}} = \frac{2\pi m}{qB}$

حرکت → انرژی → جنبشی

$E = \frac{1}{2}mv^2$

حرکت در مسیر دایره‌ای ← اختلاف پتانسیل

$W = q \cdot \Delta V$

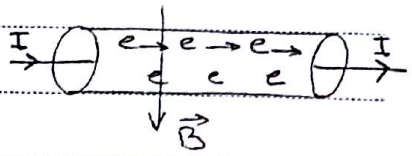
$\frac{1}{2}mv^2 = q \cdot \Delta V$

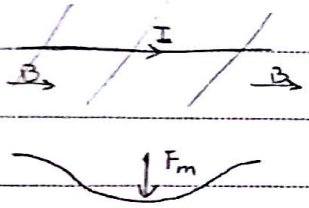
(انرژی جنبشی ↓ ، اختلاف پتانسیل ↓)

بسامد $= \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$ ← نماد

Subject: جلسه هشتم ⑧
Date ۲/۲

نیروی وارد بر سیم حامل جریان: $F_m = qvB\sin\theta$





$q = e/ne$

نیروی وارد بر یک الکترون $F = e.v_e.B\sin 90^\circ = e.v_e.B$

$F_{\text{کل الکترون ها}} = ne(Al).v_e.B$

چگالی جریان $j = \frac{I}{A}$ ؛ سرعت حامل بار $v_e = \frac{j}{ne}$

$$\Rightarrow F_T = ne.Al\frac{j}{ne}.B \Rightarrow F_T = I.l.B \Rightarrow F = IlB\sin\theta$$

نیروی وارد بر سیم

EX1: سیمی به طول 50 cm در نظر بگیرید که حامل جریان الکتریکی 2 mA است. نوع کنید این سیم در مسیر محور x ها قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی غیریکنواخت $\vec{B} = 2x\vec{i} + 3x^2\vec{j}$ به این سیم وارد شود اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را از $x = 20$ cm تا $x = 40$ cm از سیم راست آورید.

Subject: جلسه نهم ①
Date ۲,۹

چگالی جریان $j = \frac{I}{A}$ و $v_e = \frac{j}{ne}$ سرعت حامل بار

$$F_T = ne\,Al\,\frac{j}{ne}\,B \Rightarrow F_T = IlB \Rightarrow F = IlB\sin\theta$$

EX: سیمی به طول ۵۰ cm در نظر بگیرید که حامل جریان الکتریکی ۲mA است. فرض کنید این سیم در مسیر محور x ها قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی غیریکنواخت $\vec{B} = 2x\hat{i} + 3x^2\hat{j}$ به این سیم وارد شود، اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را از $x=0$ تا $x=10$ (cm) از سیم راست را بدست آورید.

EX1: نیروی وارد بر سیم

EX2: گشتاور نیروی مغناطیسی

مثال ۱ ← ؟

مثال ۲ ← قانون آمپر — میدان سیم سوله — قانون دست راست — بردار میدان B

نیروی وارد بر سیم: $|\vec{F}_m| = IlB\sin\theta$

از نظر ریاضی: $\vec{F}_m = I\vec{l}\times\vec{B}$ (B = ثابت)

$d\vec{F}_m = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$ (B ≠ ثابت)

$$F_{m,T} = \int dF_m = I\int dx\hat{i}\times\vec{B}$$

$$\Rightarrow F_{mT} = 2\times10^{-3}\int dx\hat{i}\times(2x\hat{i} + 2x^2\hat{j})$$

$$\Rightarrow F_m = 2\times10^{-3}\int dx\,\hat{k}\,2x^2 \Rightarrow F_m = 6\times10^{-3}\hat{k}\int x^2\,dx$$

$$\Rightarrow F_m = 6\times10^{-3}\hat{k}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{x=0}^{x=10} \Rightarrow F_m = 2\times10^{-3}\hat{k}\,(10^3) = 2\times10^{-6}\hat{k}$$

EX2: سیمی به طول ۵۰ mm که حامل جریان الکتریکی ۲ A آمپر است، در جهت محور y ها واقع شده است. فرض کنید این سیم در یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت برابر با $\vec{B} = 2y\hat{i} - 3y\hat{j}$ قرار دارد. اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم را در محدوده‌ی طول سیم محاسبه کنید.

Subject: جلسه ششم ⑦
Date ۲/۹

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم : $\vec{F}_m = i\vec{l}\times\vec{B}$; $|\vec{B}| = cte$ ثابت

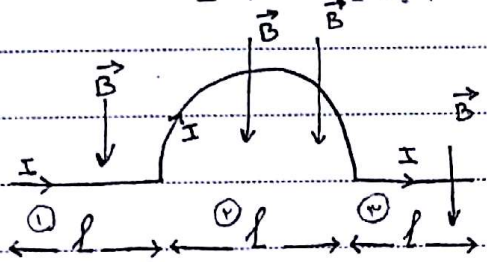
$$dF_m = i\,dy\,\hat{j}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m = \int i\,dy\,\hat{j}\times\vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_m = ۰.۲\int dy\,\hat{j}\times(۲y^۲\hat{i} - ۳y\,\hat{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_m = ۲\times۱۰^{-۲}(-\hat{k})\int dy\cdot ۲y^۲ \Rightarrow \vec{F}_m = ۴\times۱۰^{-۲}\hat{k}\left[\frac{y^۳}{۳}\right]_۰^{۵\times۱۰^{-۶}m}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_m = \frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۲}\hat{k}\,(۵\times۱۰^{-۶})^۳ \Rightarrow \vec{F}_m = \frac{۴}{۳}\times۱۲۵\times۱۰^{-۱۴}\hat{k}$$

EX3 : سیم حامل جریان الکتریکی مطابق شکل در نظر بگیرید. نوع کنید خطوط میدان مغناطیسی با اندازه‌ی ثابت $\vec{B}$ به این سیم مطابق شکل وارد شده است. اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم را محاسبه کنید.



$$F_m = I\,l\,B\sin\theta$$

$$\hookrightarrow F_۱ = F_۳ = I\,l\,B\sin۹۰ = I\,l\,B$$

$$|\vec{F}_m| = I\,l\,B\sin\theta \Longrightarrow F_۲ = I\,l\,B\sin\theta$$

$$dF_۲ = I\,dl\cdot B\sin\theta \Rightarrow dF_۲ = I\cdot dl\cdot B\sin\theta \Rightarrow F_۲ = \int dF_۲ = IB\int dl\sin\theta$$

$$dl = R\cdot d\theta \Longrightarrow F_۲ = IB\int R\,d\theta\cdot\sin\theta \Longrightarrow F_۲ = IBR\,[\cos\theta]_۰^{\pi}$$

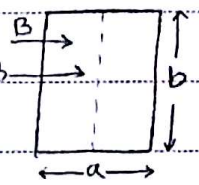
$$F_۲ = -۲IBR \Longrightarrow F_T = ۲I\,l\,B + ۲IBR = ۲IB(l+R)$$

«۱۰۰٪ امتحان»

گشتاور نیروی مغناطیسی ـ انرژی پتانسیل مغناطیسی :

قاب مستطیل شکلی را مطابق شکل در نظر بگیرید. هنگامی که این قاب در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار می‌گیرد چرخش حول محوری که از مرکز قاب عبور می‌کند ایجاد می‌شود. این دوران را گشتاور نیروی وارد بر قاب ایجاد می‌کند که برابر است با :

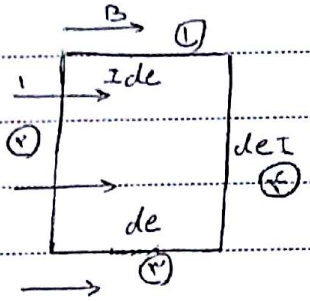
الف)



$W = \int F\,dr \Rightarrow dW = F\,dr$: کار انجام شده توسط نیرو

$W = \int \tau\,d\theta$ (در دوران τ = گشتاور)

Subject:
Date



$F_m = i l B \sin\theta$

$\hookrightarrow F_1 = F_3 = 0$

$\hookrightarrow F_2 = F_4 = i l B \sin\theta = i l B$

$\tau = \vec{r} \times \vec{F}$, $|\vec{\tau}| = rF\sin\theta$

$\max: \tau = rF$

$\tau_{کل} = \tau_2 + \tau_4 = 2(F_m r)$

$\tau_{F,m} = 2(i l B \cdot r)$

$r = a$ ↙ ↘ $\frac{b}{2}\sin\theta$

$\tau_{m,T} = i(A) B \sin\theta \longrightarrow \tau_{m,T} = \underset{\text{تعداد دور}}{N} i A B \sin\theta$, $\mu_B = iNA$

$\tau_{m,T} = \mu_B \cdot B \cdot \sin\theta$

ب) گشتاور نیروی مغناطیسی : $\tau_m = NiAB\sin\theta$

گشتاور مغناطیسی : $\mu_m = N \cdot i \cdot A$ $\tau = \mu_m \cdot B \cdot \sin\theta$

نیرو ⟶ کار مغناطیسی ⟷ انرژی پتانسیل

$W = \Delta U$

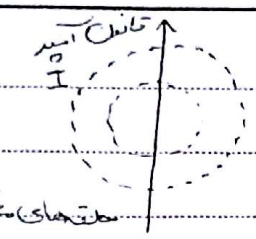
$W = \int \tau \, d\theta$ حرکت دورانی

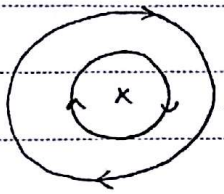
$W = \int \mu_m \cdot B \cdot \sin\theta \cdot d\theta \longrightarrow W = \mu_m B (-\cos\theta)_{\theta_i}^{\theta}$

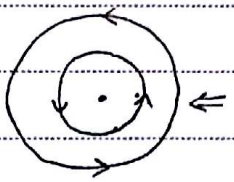
$\Rightarrow U = W = -\mu_m B (\quad)$

?

Subject: جلسه نهم ⑬
Date ۲/۹







قانون آمپر: $\oint B\,dl = \mu_0 I$

$B \int dl = \mu_0 I$

$B \cdot l = \mu_0 I$

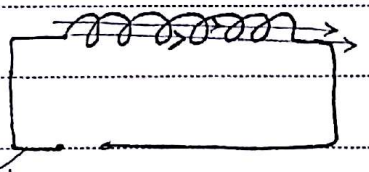
محیط حلقه $\rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$

ضریب گذردهی مغناطیسی $4\pi \times 10^{-7}$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

میدان در اطراف سیم

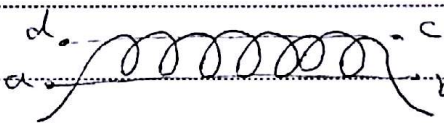
میدان سیم لوله



$$|\vec{B}| = \mu_0 \frac{N I}{l}$$

انتگرال در یک مسیر بسته

قانون آمپر: $d = \oint B \cdot dl = \mu_0 I$



$$\int_{abcd} B\,dl = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \int_a^b B \cdot dl + \int_b^c B \cdot dl + \int_c^d B \cdot dl + \int_d^a B \cdot dl = \mu_0 I$$

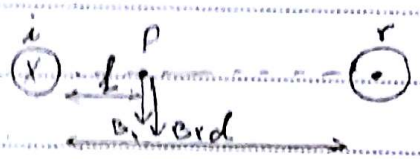
$B \cdot dl \cos 0 = 1$

خارج سیم لوله

$B \int dl = \mu_0 I \qquad B \cdot l = N \mu_0 I \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N}{l} I$

Subject:
Date

EX : دو سیم حامل جریان الکتریکی مساوی و غیرهم جهت در فاصله‌ی ثابت d طابق شکل قرار دارند. با استفاده از اطلاعات داده شده اندازه‌ی میدان مغناطیسی حاصل از این دو سیم را در نقطه‌ی P بیابید.



$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\rightarrow |\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 i}{2\pi l}$$

$$\rightarrow |\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 i}{2\pi (d-l)}$$

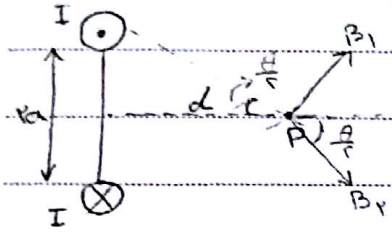
$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \rightarrow |\vec{B}_T| = B_1 + B_2$$

$$\rightarrow |B_T| = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{d-l}\right)$$

* خط میدان مغناطیسی خطی مماس بر حلقه مغناطیسی در جهت چرخش حلقه‌ی جریان است.

Subject: ① جلسه دهم
Date ۲/۱۶

EX2 : دو سیم حامل جریان الکتریکی مساوی و غیرهم جهت مطابق شکل در نظر بگیرید. با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل میدان مغناطیسی حاصل از توزیع جریان را در نقطه P بدست آورید.



قانون آمپر: $\oint B\,dl = \mu_0 I$

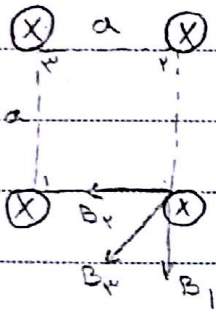
$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad |\vec{B_1}| = |\vec{B_2}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+d^2}}$$

$$\vec{B_T} = \vec{B}_{1,2} = \vec{B_1} + \vec{B_2} \Rightarrow |\vec{B_T}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\theta}$$

$$\cos\theta \quad B_1 = B_2 \qquad B_T = 2B_1\cos\frac{\theta}{2}$$

$$B_T = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2+d^2}} \cdot \frac{d}{\sqrt{a^2+d^2}} \Rightarrow B_T = \frac{2\mu_0 Id}{2\pi(a^2+d^2)}$$

EX3 : چهار سیم حامل جریان الکتریکی مساوی و هم جهت مطابق شکل بر روی سطحی در نظر بگیرید بطوریکه مقطع آنها مربعی با طول ضلع a را ایجاد کرده باشد اندازه‌ی میدان مغناطیسی حاصل از این ۴ سیم را در محل یک سیم انتخابی بدست آورید.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$$

$$B_{1,2} = 2B_1\cos 45$$

$$B_{1,2} = \frac{2\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

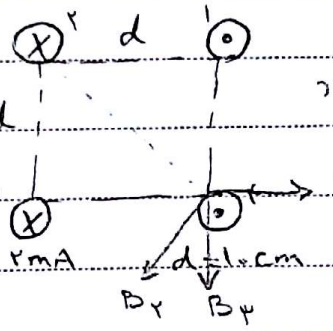
$$B_T = \vec{B}_{1,2} + \vec{B}_3 \Rightarrow |\vec{B}_T| = B_{1,2} + B_3 \Rightarrow B_T = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow B_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow B_T = \frac{2\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Subject:
Date

تمرین ۱: ۴ سیم حامل جریان الکتریکی ۲ mA مطابق شکل بر روی یک صفحه در نظر بگیرید طول هر ۴ سیم مساوی و برابر با ۵۰ cm است. با استفاده از اطلاعات داده شده در شکل اندازه‌ی بردار میدان مغناطیسی وارد بر سیم چهارم را بیابید.



$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{2\mu_0}{2\pi \cdot 10} = \frac{\mu_0}{\pi 10}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d\sqrt{2}} = \frac{2\mu_0}{2\pi \cdot 10\sqrt{2}} = \frac{\mu_0}{10\sqrt{2}\pi}$$

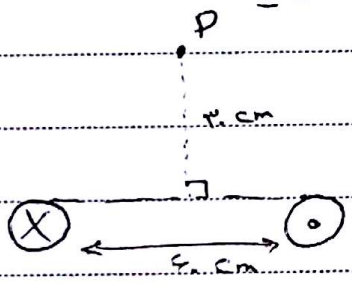
$$B_{1,3} = \frac{2\mu_0}{10\sqrt{2}\pi} \cos 45 = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\mu_0}{20\pi}$$

$$B_T = B_{1,3} + B_2$$

$$B_T = \frac{\mu_0}{20\pi} + \frac{\mu_0}{10\sqrt{2}\pi} = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10\sqrt{2}}\right) = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1+\sqrt{2}}{20}\right)$$

$$F_4 = I_4 \cdot \ell_4 \cdot B_4 \rightarrow F_T = I \cdot \ell \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1+\sqrt{2}}{20}\right)$$

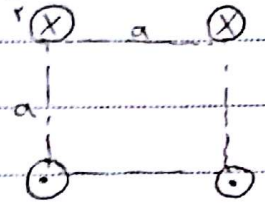
تمرین ۲: ۲ سیم حامل جریان الکتریکی مساوی A ۰/۵ مطابق شکل در نظر بگیرید با استفاده از اطلاعات داده شده میدان مغناطیسی حاصل از این دو سیم را در نقطه P بیابید.



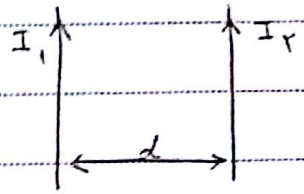
PARCO

Subject: جلسه دهم ۲
Date ۲/۱۶

تمرین ۳: توزیع جریان الکتریکی مطابق شکل در نظر بگیرید اندازه‌ی میدان مغناطیسی برآیند حاصل از این ۴ سیم را در محل سیم دوم محاسبه کنید.



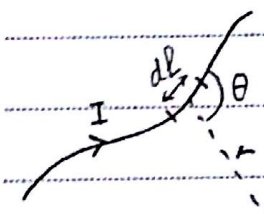
✓ نیروی میان دو سیم حامل جریان الکتریکی:



داریم: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot d}$

$F = I_2 \cdot l \cdot B_1 = I_2 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \Rightarrow F = \mu_0 \frac{l I_1 I_2}{2\pi d} \Rightarrow \frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d}$

✓ قانون بیو-ساوار: $\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$ جریان



$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \times r}{r^3} \Rightarrow \vec{dl} \times \vec{r} = dl \cdot r \sin\theta$

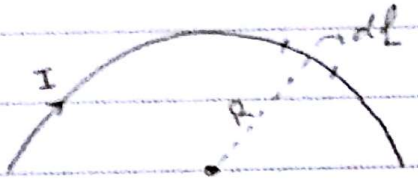
$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin\theta}{r^2}$

↓

اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان

Subject:
Date

Ex : سیمی به طول l در نظر بگیرید این سیم به شکل نیم حلقه‌ای به شعاع R تشکیل است و حامل جریان الکتریکی I می‌باشد. اندازه‌ی میدان مغناطیسی کل حاصل از این جریان را در مرکز حلقه بدست آورید.



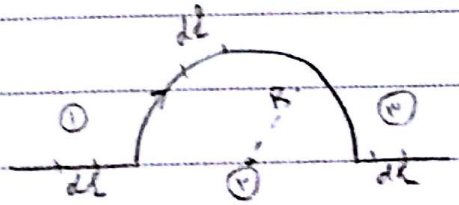
قانون بیو-ساوار : $\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin\theta}{r^2} \qquad (r=R)\ (\sin\theta = 90^\circ)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin 90^\circ}{R^2} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{1}{R^2} \int dl$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \underbrace{[l]}_{\text{نیم‌حلقه}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} (\pi R) = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

Ex2 : شکل مقابل بخشی از یک مدار الکتریکی را نمایش می‌دهد. برای این سیم حامل جریان الکتریکی اندازه میدان مغناطیسی را در نقطه P محاسبه کنید.



داریم: $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin\theta}{r^2}$

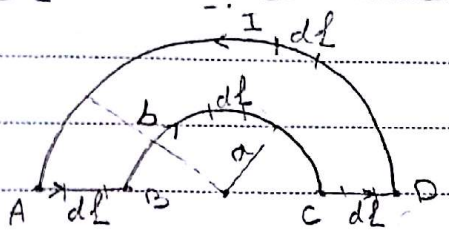
$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin 0}{r^2} = 0 \qquad \vec{dl} \parallel \vec{r}$$

$$B_2 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin 90^\circ}{R^2} \Rightarrow B_2 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{1}{R^2} \int dl$$

$$B_4 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} (\pi R) = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

Subject: ③ جلسه دهم
Date ۲,۱۶

تمرین ۱: شکل مقابل بخشی از یک مدار الکتریکی را نمایش می دهد با استفاده از قانون بیو-ساوار میدان مغناطیسی حاصل از این توزیع جریان را در نقطه o محاسبه کنید.



$$AB:\ \vec{B}_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl\sin 0}{r^2} = 0$$

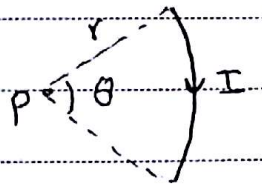
$$CD:\ \vec{B}_{CD} = \vec{B}_{AB}$$

$$BC:\ \vec{B}_{BC} = \frac{\mu I}{4\pi}\int \frac{dl\sin 90^\circ}{a^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{a^2}\int dl \Rightarrow \vec{B}_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}(\pi a) = \frac{\mu_0 I}{4a}$$

$$AD:\ \vec{B}_{AD} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl\sin 90^\circ}{b^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{1}{b^2}\int dl \Rightarrow \vec{B}_{AD} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b^2}(\pi a) = \frac{\mu_0 I}{4b}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{AD} = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

تمرین ۲: شکل مقابل کمان حامل جریان الکتریکی را نمایش می دهد با استفاده از قانون بیو-ساوار اندازه ی میدان مغناطیسی حاصل از این توزیع جریان را در نقطه p رابدست آورید.



Year. ____ Month. ۲ Day. ۲۳

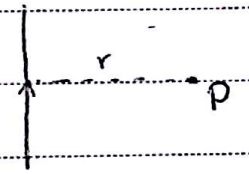
Subject: جلسه یازدهم ①

✓ شار مغناطیسی

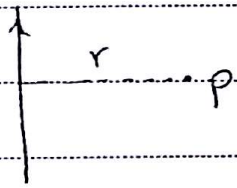
✓ قانون القای فاراده‌ی

Ex: با استفاده از قانون بیوساوار ثابت کنید میدان در اطراف یک سیم راست برابر است با: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

استفانی:



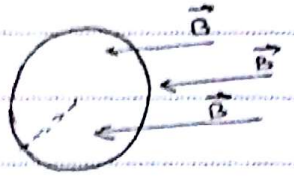
تمرین: با استفاده از قانون بیوساوار نشان دهید که اندازه‌ی میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم حامل جریان I در نقطه p به فاصله شعاعی r از پاره‌خط زیر بدست می‌آید.



Year. Month. Day. Subject:

شار مغناطیسی

* رود خطوط میدان مغناطیسی:
شار مغناطیسی یک سطح مشخص



$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}$

$T.m^2 \quad T \quad m^2$

متر مربع . تسلا = وبر

$wb = T . m^2$

$\Phi_B = |\vec{B}||\vec{S}| \cos\theta$

θ: زاویه میان خطوط میان $\vec{B}$ با بردار نرمال سطح

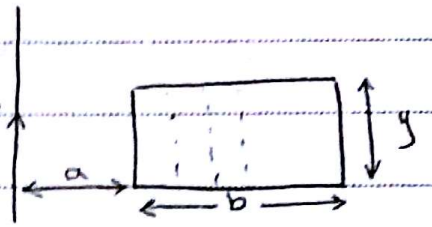
بردار نرمال سطح $\vec{S}$ ← $\vec{B}$ →

$\theta = 180^\circ$

$\Phi_B = B.S.\cos\theta$ B: ثابت

$d\Phi_B = B.dS$ $B \neq$ ثابت $\Longrightarrow$ $\Phi_B = \int d\Phi_B = \int B.dS$

EX: روی لبه حلقه مستطیل شکلی در نزدیکی سیم حامل جریان الکتریکی I قرار دارد رابطه‌ای برای شار مغناطیسی ورودی به مساحت b x y بدست آورید. بطوریکه میدان مغناطیسی متغیری از آن عبور کرده باشد.



رود خطوط میدان مغناطیسی ← شار مغناطیسی

$\Phi_B = B.A$

دارم: $|\vec{B}| = \frac{\mu . I}{2\pi x}$ ≠ ثابت (تغییر میکند با x)

$d\Phi_B = B.dA$

$A = y.b$ (ثابت) $\longrightarrow dA = y.dx$

$\Phi_B = \int d\Phi_B \longrightarrow \Phi_B = \int B.dA = \int \frac{\mu . I}{2\pi x} . y . dx$

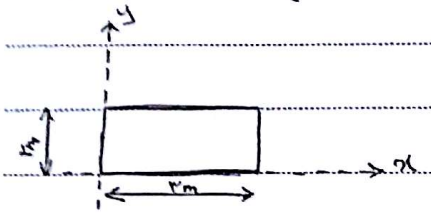
$\longrightarrow \Phi_B = \frac{\mu . I}{2\pi} . y \int \frac{dx}{x}$

$\longrightarrow \Phi_B = \frac{\mu . I y}{2\pi} [\ln x]_a^b$

$\longrightarrow \Phi_B = \frac{\mu . I y}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

Year. ____ Month. ۲ Day. ۱۳ Subject: جلسه یازدهم (۲)

EX: قاب مستطیل شکلی را در نظر بگیرید که در دستگاه مختصات طابق شکل قرار دارد. فرض کنید میدان مغناطیسی متغیر ورودی به این سطح برابر با: $\vec{B} = 4t^2 x^2$ باشد. رابطه‌ای برای شار مغناطیسی ایجاد شده در قاب بدست آورید.



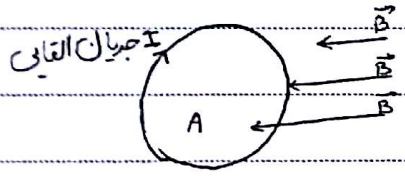
$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} \Rightarrow |\Phi_B| = |\vec{B}|.|\vec{A}|$ (B=ثابت) $\Rightarrow d\Phi_B = B.dA$

$\Rightarrow d\Phi_B = 4t^2 x^2 d(x.y) \Rightarrow d\Phi_B = 4t^2 x^2 y\, dx$

$\Phi_B = \int 4t^2 x^2 y.dx \xrightarrow{\text{y ثابت}} \Phi_B = 4t^2.y \int x^2.dx \Rightarrow \Phi_{12} = 4t^2.y \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{x=0}^{x=3}$

$\Phi_{12} = \frac{4}{3}(0.2)t^2(3\times10^{-2}) = 12\times10^{-8}t^2$

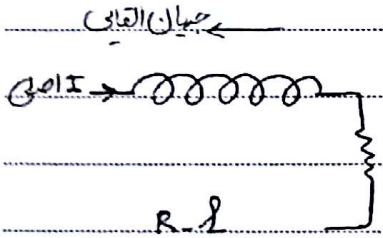
✓ قانون القای فاراده:



ورود خطوط میدان $\vec{B}$ ← شار مغناطیسی Φ_B

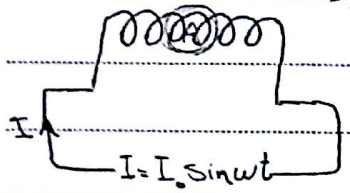
↓

تغییرات شار میدان مغناطیسی ← نیروی محرکه القایی



$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

EX1: سیم لوله‌ای با N دور سیم به طول ℓ در نظر بگیرید. فرض کنید حلقه‌ای با مساحت A در داخل این سیم لوله قرار دارد. هنگامی که جریان متغیر $I = I_0 \sin \omega t$ از سیم لوله عبور کند رابطه‌ای برای نیروی محرکه القا شده در حلقه بدست آورید.



$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -N\frac{d}{dt}(B.A.\cos\theta)$ (B ثابت)

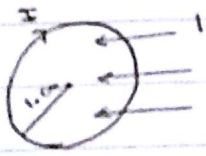
$\Rightarrow \varepsilon = -NA\cos 0^\circ \frac{dB}{dt} \Rightarrow \varepsilon = A\frac{d}{dt}\left(\mu_0 \frac{N}{\ell}.I\right)$

$\Rightarrow \varepsilon = A\mu_0 \frac{N}{\ell}\frac{d}{dt}(I\sin\omega t)$

خطوط میدان بر صفحه حلقه عمود است $\theta = 0^\circ$ $\Rightarrow \varepsilon = A\mu_0 \frac{N}{\ell}.I\omega\cos\omega t$

Year ____ Month ____ Day. ____ Subject: ____

EX: حلقه‌ای به شعاع 10 cm با مقاومت 2Ω در نظر گیرید که میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی 5mT به آن وارد می‌شود. اگر شعاع این حلقه با آهنگ 2 cm/s افزایش یابد جریان الکتریکی القا شده در حلقه چند آمپر است؟



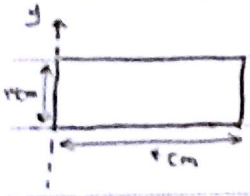
$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -N\frac{d}{dt}(B.A.\cos\theta) \Rightarrow \varepsilon = -N.\cos 0^\circ.B.\frac{dA}{dt} \quad (A=\pi r^2)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = B\frac{d}{dt}(\pi r^2) \Rightarrow \varepsilon = B.R.\frac{d(r^2)}{dt} \Rightarrow \varepsilon = B.R\frac{d(r^2)}{dr}.\frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = B.\pi.2r.\frac{dr}{dt} \Rightarrow \varepsilon = i.R \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow i = \frac{1}{R}B.\pi.2r\frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow i = \frac{1}{2}(5\times10^{-3}).2(0.1).\frac{2}{100} = 2\times10^{-6}$$

EX: تاب مستطیل شکلی را در نظر گیرید که مطابق شکل در صفحه مختصات قرار دارد. فرض کنید میدان مغناطیسی متغیر و رو به داخلی به این تاب برابر با $\vec{B} = 10t^2x^3$ باشد. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القا شده در آن را در ثانیه 2s بدست آورید.



$$\Phi_B = B.A \Rightarrow |\Phi_B| = |\vec{B}|.|\vec{A}|$$

$$d\Phi_B = B.dA \Rightarrow d\Phi_B = 10t^2x^3\,d(x.y)$$

$$\Rightarrow d\Phi_B = 10t^2x^3y\,dx \Rightarrow \Phi_B = 10t^2y\int x^3\,dx \Rightarrow \Phi_B = 10t^2y\left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_{x=0}^{x=4}$$

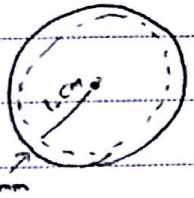
$$\Phi_B = 10\times t^2\times4\times10^{-2}\times\frac{4^4}{4}\times10^{-8}$$

$$\Phi_B = 192\times10^{-9}t^2$$

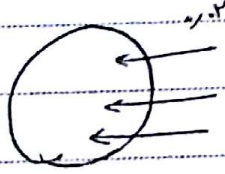
$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -192\times10^{-9}\times2t^{2-1} = 1152\times10^{-9}$$

Year. ____ Month. ۲ Day. ۲۳ Subject: حسیبازدهم ③

EX: حلقه‌ای از یک سیم آلومینیومی به شعاع 10 cm و قطر داخلی 2mm در خلأ تابیده شده است. این حلقه در میدان مغناطیسی ورودی به این حلقه با آهنگ $\frac{2mT}{s}$ در حال تغییر کند جریان القایی القا شده در حلقه را بیابید.



EX: فرض کنید حلقه‌ای در مقابل خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی در دو دیدگاه خطوط این میدان بر صفحه حلقه موجود است و اندازه آن با آهنگ $0.2\frac{T}{s}$ کاهش می‌یابد. اگر جریان القایی القا شده در حلقه 3mA باشد مقاومت حلقه چند Ω بوده است؟ (قطر حلقه = 20 cm)



Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\mathcal{E} \propto \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(N\Phi_B)$$

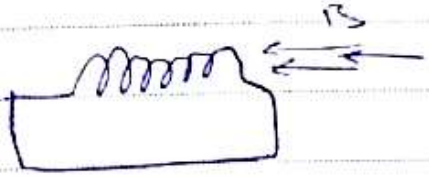
تعداد حلقة

$$\mathcal{E} = (N)\frac{dI}{dt} = -(L)\frac{dI}{dt}$$

مستقبت فيزيكي سيم لوله

ضريب خود القايي سيم لوله

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(LI)$$



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{d\varphi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(N\varphi_B)$$

$$\mathcal{E}_0 = -L\frac{dI}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI)$$

ضريب خود القايي سيم لوله/ القاء اسلف

$$N\varphi_B = LI \longrightarrow L = \frac{N\varphi_B}{I}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$\Phi_{1B} = B.A$ ← داریم

$B = \mu_0 . \frac{N}{l} . I$ ← داریم

$L = \frac{N \Phi_B}{I} = \frac{N . \mu_0 . \frac{N}{l} . I . A}{I} \longrightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 . A}{l}$

ضریب خود القایی سیملوله

$U_E = \frac{1}{2} \varepsilon V^2$

چگالی انرژی $u_E = \frac{U}{V} = \frac{\text{انرژی}}{\text{حجم خازن}}$

$\longrightarrow dU = u_E . dV \longrightarrow U = \int u_E . dV \longrightarrow$ چگالی انرژی $u_E = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

انرژی مغناطیسی

$$\mathcal{E} = V_R + V_L \longrightarrow \mathcal{E} = IR + L\frac{d(I)}{dt} \longrightarrow$$

$V = IR$

$$(\mathcal{E} = IR + L\frac{dI}{dt}) \times I \longrightarrow$$

$$I\mathcal{E} = RI^2 + LI\frac{dI}{dt} \longleftarrow$$ انرژی ای که به مدار داده (آهنگ تحویل انرژی به مدار)

RI^2: آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی

$LI\frac{dI}{dt}$: انرژی ذخیره شده در القاگر

$$du = L \cdot I \cdot \frac{dI}{dt}$$

du: آهنگ ذخیره انرژی

$$\frac{du}{dt} = L \cdot I \cdot \frac{dI}{dt} \longrightarrow$$

$$du = L \cdot I \cdot dI \longrightarrow u_{is} = \int du_s \longrightarrow u_{is} = \int L \cdot I \cdot dI$$

ثابت

$$\longrightarrow U_{is} = L\left[\frac{1}{2}I^2\right] \longrightarrow$$

$$U_{is} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

انرژی ذخیره شده در القاگر

Subject:

Year. Month. Date. ( )

چگالی انرژی مغناطیسی

$$u_B = \frac{U_B}{V} = \frac{\text{انرژی مغناطیسی}}{\text{حجم}}$$

$$u_B = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{A \cdot \ell} = \frac{\frac{1}{2} \mu_0 N^2 A / \ell \, I^2}{A \cdot \ell}$$

$$u_B = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{\ell^2} \cdot I^2 \quad , \quad B = \mu_0 \cdot \frac{N}{\ell} \cdot I$$

$$\Downarrow$$

$$u_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}$$

$$\longrightarrow u_E = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

چگالی انرژی $u_B = \frac{U_B}{V} = \frac{\text{انرژی مغناطیسی}}{\text{حجم}}$

$U_B = u_B \cdot V \Longrightarrow dU_B = u_B \cdot dV$

dU_B: تغییرات انرژی — u_B: چگالی — dV: جزء حجم

$B = Cte = \mu_0 n I \longrightarrow u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

$B \neq Cte$

$V = A \cdot \ell = \pi r^2 \cdot \ell \longrightarrow dV = 2\pi r \cdot \ell \cdot dr$