جمع بندی ریاضی با ذکالیپ نوروزی **گرد آورنده : مهندس مجذبی لشپنی**

آغاز بهار امسال برای تو دانش آموز کنکوری بوی تعطیلی نمی دهد و فرصتی است طلایی تا اگر از قافله ی کنکور عقب افتاده ای خود را به دیگران برسانی و توصیه ما به همه دانش آموزان این است که در این دوران برنامه پیشنهادی را با نیت بالا بردن نمره و کیفیت درس خود اجرا کنند و هر روز یک جلسه آموزشی آن را اجرا کنند.

این مجموعه شامل گلچین سوالات کنکور های سراسری، تست تالیفی، و آزمون های آزمایشی چند سال اخیر است که یک منبع عالی برای جمع بندی شما محسوب می شود و حتما یازده جلسه آموزشی ۱۵۰ دقیقه ای برای آن وقت بگذارید و بیشتر سعی کنید تست های این مجموعه را حل کنید و از جزوه فقط برای یادآوری فرمول ها و نوشتن خلاصه درسنامه استفاده کنید.

خلاصه درسنامه و پاسخ تشریحی تست ها با یک روز تاخیر در کانال www.telegram.me/riaziT قرار داده می شود.

برنامه مطالعاتی ریاضی

	صفحه
روز اول ۲۹ اسفند: تعیین علامت، معادله نامعادله و ماتریس (اجرا: .....)	۲
روز دوم ۳ فروردین: معادله درجه دوم، قدر مطلق و جز صحیح (اجرا: .....)	۶
روز سوم ۴ فروردین: مثلثات (اجرا: .....)	۱۱
روز چهارم ۵ فروردین: تابع (تعریف توابع، ترکیب توابع، معکوس توابع و ...) (اجرا: .....)	۱۵
روز پنجم ۶ فروردین: توابع نمایی و لگاریتمی(اجرا: .....)	۱۹
روز ششم ۷ فروردین: آنالیز ترکیبی و احتمال(اجرا: .....)	۲۳
روز هفتم ۸ فروردین: حد و پیوستگی(اجرا: .....)	۲۸
روز هشتم ۹ فروردین: حد دنباله ها، دنباله تصاعد و مجانب(اجرا: .....)	۳۶
روز نهم ۱۰ فروردین : مشتق (اجرا: .....)	۴۱
روز دهم ۱۱ فروردین آمار و مدلسازی (اجرا: .....)	۴۵
روز یازدهم ۱۲ فروردین: جبران عقب افتادگی ها و مرور برای کلاس فروردین(اجرا: .....)	

عقاب باش

کوه بلندی بود که لانه عقابی با چهار تخم، بر بلندای آن قرار داشت. یک روز زلزله ای کوه را به لرزه درآورد و باعث شد که یکی از تخم ها از دامنه کوه به پایین بلغزد. بر حسب اتفاق آن تخم به مزرعه ای رسید که پر از مرغ و خروس بود. مرغ و خروس ها می دانستند که باید از این تخم مراقبت کنند و بالاخره هم مرغ پیری داوطلب شد تا روی آن بنشیند و آن را گرم نگهدارد تا جوجه به دنیا بیاید. یک روز تخم شکست و جوجه عقاب از آن بیرون آمد. جوجه عقاب مانند سایر جوجه ها پرورش یافت و طولی نکشید که جوجه عقاب باور کرد که چیزی جز یک جوجه خروس نیست.

او زندگی و خانواده اش را دوست داشت اما چیزی از درون او فریاد می زد که تو بیش از این هستی. تا این که یک روز که داشت در مزرعه بازی می کرد متوجه چند عقاب شد که در آسمان اوج می گرفتند و پرواز می کردند. عقاب آهی کشید و گفت: ای کاش من هم می توانستم مانند آنها پرواز کنم. مرغ و خروس ها شروع کردند به خندیدن و گفتند: تو خروسی و یک خروس هرگز نمی تواند بپرد. اما عقاب همچنان به خانواده واقعی اش که در آسمان پرواز می کردند خیره شده بود و در آرزوی پرواز به سر می برد. اما هر موقع که عقاب از رویایش سخن می گفت به او می گفتند: که رویای تو به حقیقت نمی پیوندد و عقاب هم کم کم باور کرد. بعد از مدتی او دیگر به پرواز فکر نکرد و مانند یک خروس به زندگی ادامه داد و بعد از سالها زندگی خروسی، از دنیا رفت .

نتیجه: تو همانی که می اندیشی، هرگاه به این اندیشیدی که تو یک عقابی، به دنبال رویا هایت برو و به یاوه های مرغ و خروسهای اطرافت فکر نکن.

روز اول: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و تست ها در این برگه بنویسید:

تعیین علامت درجه دوم از روی نمودار و دلتا:

معادله $ax^2+bx+c=0$ را اگر بخواهیم تعیین علامت کنیم داریم. $\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=0 \Rightarrow$ | x | $\frac{-b}{2a}=x_{1,2}$ | عبارت | هم علامت a | 0 | هم علامت a

$\Delta>0 \Rightarrow$ | x | x_1 | x_2 | عبارت | هم علامت a | 0 | مخالف علامت a | 0 | هم علامت a

$\Delta<0 \Rightarrow$ | x | عبارت | همواره هم علامت a

نکته: اگر عبارت $f(x)$ بالای عبارت $g(x)$ باشد یعنی $f(x)>g(x)$.

نکته: $|x|<a \rightarrow -a<x<a$

حل معادلات گویا، رادیکالی و ...: همه عبارت را به یک سمت می بریم و یا برای معادلات رادیکالی به توان دوی رسانیم و سپس تعیین علامت می کنیم.

فرمول های ماتریس:

$A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ۲×۲ — قطر فرعی: c، b — قطر اصلی: a، d

$A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$,

$|A|=ad-bc$, $|B^{-1}|=\frac{1}{|B|}$, $|kA|=k^n|A|$, $|A^k|=|A|^k$

۱ - در بازه ی $(-\infty, x_0]$ نمودار تابع به ضابطه ی $f(x)=\frac{1}{2}x+2$ پایین تر از خط به معادله ی $y=3x-3$ قرار نمی گیرد بیشترین مقدار $f(x_0)$ کدام است؟

۱) ۱　۲) ۲　۳) ۳　۴) ۴

$f(x)\le 3x-3$ را حل کرده و x_0 را مساوی نمود ... $f(2)=3$

۲- مجموعه جواب نا معادله $\frac{x+1}{x}-\frac{x}{x-1}\le 2$ شامل چند عدد صحیح نمی شود ؟

۱) ۰　۲) ۱　۳) ۲　۴) ۳

همواره $\oplus$

$\frac{2x^2-2x+1}{x^2-x}>0 \Rightarrow x<0$ یا $x>1$ ... $\{0,1\}$ عدد ۲ ... $\Rightarrow$ بی نهایت

۳- از دستگاه نا معادلات $\begin{cases} x+2y>x \\ 3-\frac{1}{2}y>\frac{1}{2}x \end{cases}$ حدود تغییرات x کدام است ؟

۱) $x>9$　۲) $x<0$　۳) $x<9$　۴) $x>0$

$x+2y>x \Rightarrow y>0$ و $3-\frac{1}{2}y>\frac{1}{2}x \Rightarrow 9-y>x \Rightarrow 9-x>0 \Rightarrow x<9$

۴- به ازای کدام یک از مقادیر زیر x^2-5x+6 منفی است ؟

۱) $\sqrt{3}-1$　۲) $\sqrt{3}+1$　۳) $\sqrt{5}-1$　۴) $\sqrt{5}+1$

$x^2-5x+6<0 \Rightarrow (x-2)(x-3)<0 \Rightarrow$ بی نهایت ۲

۵- اگر تمام جواب های نا معادله ی $3x^2+2|x|-5<0$ به صورت $a<x<b$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است ؟

۱) صفر　۲) $\frac{5}{6}$　۳) ۲　۴) ۱

مجموع ضرایب صفر

$3|x|^2+2|x|-5<0 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow (|x|-1)(3|x|+5)<0 \Rightarrow -1<x<1 \Rightarrow$ ۲ جواب

۶- مجموعه جواب نا معادله ی $\frac{2x-1}{x}>1$ را به صورت $R-[a,b]$ می نویسیم $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$　۲) ۱　۳) $\frac{3}{2}$　۴) ۲

$\frac{2x-1}{x}-1>0 \Rightarrow \frac{x-1}{x}>0 \Rightarrow$ تقسیم محل $\Rightarrow \{x<0$ یا $x>1\}$ متمم $R-[0,1]$

۷-جواب نامعادله ی $x^5+2x^3<8x^2+16$ کدام است؟

۱) $x>1$　۲) $x<2$　۳) $x>2$　۴) $x<1$

$x^3(x^2+2)<8(x^2+2) \Rightarrow x^3<8 \Rightarrow x<2$

۸-مجموعه جواب نامعادله $(x^2-x+1)(3x^2-2x-1)\le 0$ کدام است؟

۱) $\left[\frac{1}{3},2\right]$　۲) $[1,2]$　۳) $\left[-\frac{1}{3},1\right]$　۴) $\left[-\frac{1}{3},2\right]$

x^2-x+1 همواره مثبت ... $\Rightarrow (3x^2-2x-1)\le 0 \Rightarrow$ جواب $[-\frac{1}{3},1]$

۹- جواب دستگاه نامعادله $\begin{cases} x(۴x-۱) \le ۱/۵ \\ |x| \le ۱ \end{cases}$ کدام است؟

۱) $\frac{-۳}{۴} \le x \le \frac{۱}{۲}$ ۲) $-۱ \le x \le \frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{-۱}{۲} \le x \le ۱$ ۴) $\frac{-۱}{۲} \le x \le \frac{۳}{۴}$

۱۰ - نمودار $f(x)=\frac{۲x^۲-۲x+۶}{x^۲+۱}$ در بازه (a,b) بالاتر از خط به معادله $y=۳$ است بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۱- جواب معادله $\frac{۱}{x+۲}-\frac{۱}{x-۱}=\frac{۱}{x}-\frac{۱}{x+۱}$ چگونه اند؟

۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی

۲) فقط یک جواب منفی

۳) فقط یک جواب مثبت

۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

۱۲-اگر جواب معادله $\frac{a}{x^۲+۲x-۳}+\frac{a}{۲x-۲}=\frac{x-۱}{x^۲+x-۶}$ برابر ۳ و β باشد ،آنگاه $\beta^۲+\beta$ کدام است ؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) ۱۶

۱۳- اگر $A^۳+۳I=\begin{bmatrix} ۴ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۵ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۲/۸۷۵ \end{bmatrix}$ باشد حاصل ضرب درایه های قطر اصلی ماتریس A ، کدام است ؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۴ ۴) $\frac{-۱}{۴}$

۱۴-اگر $A=\begin{bmatrix} ۰ & \tan x \\ \cot x & ۰ \end{bmatrix}$ باشد مجموعه درایه های قطر اصلی ماتریس $A^{۲۰}$ کدام است ؟ $\left(x \neq \frac{K\pi}{۲}\right)$

۱) صفر ۲) ۲ ۳) $\tan x+\cot x$ ۴) $\tan x-\cot x$

۱۵- اگر $A=\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ مجموع درایه های $A^{۱۰}-A^{۲۱}$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) -۴

۱۶- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۰\end{bmatrix}$ حاصل دترمینان $A^۲-۲I$ چقدر است؟

۱) ۷ ۲) ۷- ۳) صفر ۴) ۲-

$A^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷ & ۲\\ ۶ & ۳\end{bmatrix}$ ، $A^۲-۲I=\begin{bmatrix}۵ & ۲\\ ۶ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow |A^۲-۲I|=-۷$

۱۷- اگر $A=\begin{bmatrix}۲۰ & ۰\\ ۱۸ & ۱۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱۸ & ۲\\ ۱۵ & ۱۱\end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(A-B)^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۰/۱ & ۰\\ -۰/۲ & ۰/۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۰/۲ & -۰/۲\\ ۰/۳ & ۰/۴\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۰/۲ & -۰/۲\\ ۰/۳ & ۰/۴\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۰/۲ & ۰/۲\\ -۰/۳ & ۰/۲\end{bmatrix}$

$A-B=\begin{bmatrix}۲ & -۲\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow |A-B|=۱۰\Rightarrow A^{-۱}=$ بند ۴

۱۸- اگر A,B ماتریس های مرتبه ۳ و $|A|=\frac{۱}{۶}$ و $|B^{-۱}|=۲$ باشد ، دترمینان ماتریس $۲A^۲B^۳$ کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲۸۸}$ ۳) $\frac{۱}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱}{(۱۲)^۶}$

$|۲A^۲B^۳|=۲^۳|A|^۲|B|^۳=۸\times\frac{۱}{۳۶}\times(\frac{۱}{۲})^۳=\frac{۱}{۳۶}$

۱۹- اگر $A\times\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix}-۶ & ۹\\ ۳ & ۳\end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۵} & \frac{۳}{۵}\\ \frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵}\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}\frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵}\\ \frac{۱}{۵} & -\frac{۲}{۵}\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۵} & -\frac{۳}{۵}\\ \frac{۱}{۵} & \frac{۲}{۵}\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۰ & \frac{۲}{۵}\\ -\frac{۲}{۵} & \frac{۱}{۵}\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}\times A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow A=B^{-۱}=$ بند ۱

B

۲۰- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}$ مجموع درایه های $۲A^{-۱}-A^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱۰ ۴) ۴

$A^۲=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۶ & ۴\end{bmatrix}$ ، $A^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ -۱ & \frac{۱}{۲}\end{bmatrix}\Rightarrow ۲A^{-۱}-A^۲=\begin{bmatrix}-۲ & ۰\\ -۴ & -۱\end{bmatrix}$

۲۱- اگر $A^۲\times\begin{bmatrix}۴ & ۵\\ ۶ & ۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۷ & ۱۱\\ -۶ & ۱۰\end{bmatrix}$ باشد دترمینان ماتریس $A^{-۱}$ کدام می تواند باشد؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$|A^۲|\times\begin{vmatrix}۴ & ۵\\ ۶ & ۷\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-۷ & ۱۱\\ -۶ & ۱۰\end{vmatrix}\Rightarrow |A^۲|\times(-۲)=-۴\Rightarrow |A|=\pm\sqrt{۲}\Rightarrow |A^{-۱}|=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۲- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۵ & ۴\end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه های قطر فرعی ماتریس $(A\times B)^{-۱}$ کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۰,۵- ۳) ۰,۵ ۴) ۱,۵

$A\times B=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow |A\times B|=۲$ ، $(A\times B)^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰,۵ & ۰,۵\end{bmatrix}\Rightarrow$ بند ۳

۲۳-اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $(۳A)(۲A^{-۱})$ کدام است ؟

۱) ۳۰　　۲) ۳۲　　۳) ۳۶　　۴) ۶

$$|(۳A)(۲A^{-۱})| = |۶AA^{-۱}| = ۶^{۲}|A| = ۳۶\times ۱ = ۳۶$$

۲۴-اگر $\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x-۱\\ y-۱\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $۴x+۳y$ کدام است؟

۱) ۲-　　۲) ۲　　۳) صفر　　۴) ۱-

$$\begin{cases}۲x+y=x-۱\\ ۳x+۳y=y-۱\end{cases}\longrightarrow ۴x+۳y=-۲$$

۲۵- اگر ماتریس های $A=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ مفروض باشند، جواب معادله $AX=B$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$　　۲) $\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$　　۳) ۱　　۴) $\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}$

$$A^{-۱}AX=A^{-۱}B \Rightarrow X=A^{-۱}B \Rightarrow X=\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}$$

روز دوم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نشست ها در این برگه بنویسید:

روابط بین ریشه های معادله درجه دوم: $ax^۲+bx+c=۰$ ریشه‌ها α و β

$$\begin{cases}\alpha+\beta=S=\dfrac{-b}{a}\\ \alpha\beta=P=\dfrac{c}{a}\end{cases}$$

$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P \quad , \quad \alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP$$

تشکیل معادله درجه دوم: اگر α و β را داشتیم $x^۲-Sx+P=۰$ و حل می کنیم اگر α و β را نداشتیم و رابطه بین ۲ معادله را داشتیم با روش از سلم به مجهول رسیده حل می کنیم.

شرایط برخورد دو منحنی با هم و تعداد ریشه ها: اگر ۲ منحنی با هم برخورد کنند باید آنها را با هم برابر قرار دهیم اگر $\Delta>۰$ باشد دو ریشه داریم و اگر $\Delta=۰$ یک ریشه مضاعف و اگر $\Delta<۰$ باشد ریشه (نقطه تقاطع) نداریم.

جز صحیح و خواص آن:

$[x]$ یک عدد صحیح کوچکتر یا مساوی x

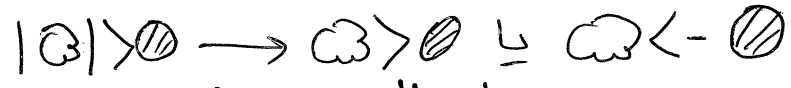
$$[x]=n \longrightarrow n\le x<n+۱$$

$$[x]+[-x]=\begin{cases}۰ & x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

$$۰\le x-[x]<۱$$

قدر مطلق و نمودار های مهم آن و نامساوی قدر مطلقی:





نمودار $|x-a|+|x-b|=k$ است و
- $|b-a|=k$ ← بی شمار ریشه داریم
- $|b-a|>k$ ← بدون ریشه داریم
- $|b-a|<k$ ← ۲ ریشه داریم

نمودار شکل $|x-a|-|x-b|$ است و
- $|b-a|=k$ یا $-|b-a|=k$ ← بی شمار ریشه داریم
- $-|b-a|<k<|b-a|$ ← ۱ ریشه داریم

۲۶- اگر منحنی $y=(2x+1)(x+8)$ خطوط $y=mx$ را قطع نکند مجموعه مقادیر m چگونه است؟

۱) $9<m<25$ ۲) $15<m<23$ ۳) $7<m<15$ ۴) $5<m<13$

$2x^2+12x+1\neq mx \rightarrow 2x^2+(12-m)x+1\neq 0 \longrightarrow \Delta<0 \Rightarrow 9<m<25$

۲۷- معادله $\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)^2+\frac{x^2}{x^2+1}-2=0$ چند ریشه دارد ؟

۱) هیچ ۲) یک ۳) دو ۴) بی شمار

$\frac{x^2}{x^2+1}=t \Rightarrow t^2+t-2=0 \Rightarrow t=1$ ق ق ق $t=-2$ غ ق ق

۲۸- معادله درجه دومی که ریشه های آن $\frac{3\pm 2\sqrt{3}}{2}$ می باشد کدام است ؟

۱) $2x^2+6x-1=0$

۲) $x^2-3x-3=0$

۳) $2x^2-6x+3=0$

۴) $4x^2-12x-3=0$

$S=3, P=\frac{-3}{4} \Rightarrow x^2-3x-\frac{3}{4}=0 \Rightarrow 4x^2-12x-3=0$

۲۹- اگر x_1, x_2 ریشه های معادله $(x+1)^2+(x+1)-7=0$ باشند ، حاصل $x_1^2+x_2^2-x_1x_2$ کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۶ ۴) ۲۸

$x^2+3x-5=0 \Rightarrow x_1^2+x_2^2-x_1x_2=S^2-2P-P=24$

۳۰- در معادله $ax^2+bx+c=0$ بین ریشه ها داریم $\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}=2$ آنگاه:

۱) $2c+b=0$ ۲) $c+2b=0$ ۳) $c+b=0$ ۴) $2c-b=0$

$\frac{x''+x'}{x'x''}=2 \Rightarrow \frac{S}{P}=2 \Rightarrow 2c=-b \Rightarrow 2c+b=0$

۳۱-اگر ریشه های معادله درجه دوم $۲x^۲-(k+۳)x+k=۰$ به صورت $\log_B A, \log_A B$ باشند آنگاه حاصل $\begin{vmatrix}\log_B A & \log_A B\\ \log_A B & \log_B A\end{vmatrix}$ کدام است؟

۱) ۳/۷۵　　۲) ۳/۵　　۳) ۳/۲۵　　۴) ۴

$(\log_B^A)^۲-(\log_A^B)^۲=(\log_B^A+\log_A^B)(\log_B^A-\log_A^B)$ ، $k=۲$

۳۲-در معادله $x^۲-۳x+۱=۰$ حاصل $\sqrt{\frac{x'}{x''}}+\sqrt{\frac{x''}{x'}}$ چه قدر است ؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

$\frac{x'+x''}{\sqrt{x'x''}}=\frac{۳}{۱}=۳$

۳۳- اگر $x_۱, x_۲$ ریشه های معادله ی درجه دوم $\frac{۱}{۲}x^۲-۶x+m=۰$ باشند که بین آنها رابطه ی $x_۱=x_۲+۲\sqrt{x_۲}$ برقرار است m کدام است؟

۱) ۸　　۲) ۱۶　　۳) ۳۲　　۴) ۶۴

$S=۱۲, P=۲m \Rightarrow x_۱+۲\sqrt{x_۲}=x_۱ \xrightarrow{(+x_۲)} ۲x_۲+۲\sqrt{x_۲}=۱۲ \Rightarrow x_۲=۱۶$

۳۴- اگر ریشه های معادله $(m-۲)x^۲+x-۲m=۰$ عکس ریشه های معادله $(m+۳)x^۲-x+۲-m=۰$ باشد m کدام است ؟

۱) ۳　　۲) ۱　　۳) $\frac{-۱}{۲}$　　۴) ۲ تکلت دار

$(m-۲)x^۲-x+۲m=۰ \Rightarrow m+۳=۲m \Rightarrow m=۳$

۳۵-معادله درجه دومی که ریشه های ۲ برابر ریشه هلی معادله $x^۲+x-۵=۰$ باشد کدام است؟

۱) $x^۲+۲x-۲۰=۰$　　۲) $x^۲-x-۱=۰$

۳) $x^۲-x-۲۰=۰$　　۴) $x^۲-۲x-۲۰=۰$

$x=۲n \Rightarrow n=\frac{x}{۲} \Rightarrow (\frac{x}{۲})^۲+\frac{x}{۲}-۵=۰ \Rightarrow x^۲+۲x-۲۰=۰$

۳۶- ریشه های معادله درجه دوم $x^۲+ax+b=۰$ یک واحد از ریشه های معادله $۲x^۲+۴x+۱=۰$ بیشتر است b کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲}$　　۲) $\frac{۱}{۲}$　　۳) ۲　　۴) -۲

$x=X+۱ \Rightarrow (X+۱)^۲+a(X+۱)+b=۰ \Rightarrow X^۲+(۲+a)X+a+b+۱=۰$ ، $a=۰$ ، $b=\frac{-۱}{۲}$

۳۷-نمودار تابع $y = ۳x^۲ + (b-۱)x + ۷$ روی محور oy دارای min است b کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

$x = \frac{-b}{۲a} \Rightarrow ۰ = -\left(\frac{b-۱}{۶}\right) \Rightarrow b = ۱$

۳۸-معادله محور تقارن تابع $۳x + y = ۷x^۲$ کدام است؟

۱) $۱۴x + ۳ = ۰$ ۲) $۷x + ۳ = ۰$

۳) $۷x - ۳ = ۰$ ۴) $۱۴x - ۳ = ۰$

$x = \frac{-b}{۲a} = -\left(\frac{-۳}{۲\times۷}\right) \Rightarrow ۱۴x = ۳ \Rightarrow ۱۴x - ۳ = ۰$

۳۹-نمودار تابع $y = -x^۲ + bx + c$ از ناحیه اول نمی گذرد حدود b و c کدام اند؟

۱) $c \geq ۰, b > ۰$ ۲) $c \geq ۰, b < ۰$

۳) $c \leq ۰, b > ۰$ ۴) $c \leq ۰, b < ۰$

$a < ۰ \quad -۱ < ۰$

$a < ۰ \quad , \quad \frac{c}{a} > ۰ \quad , \quad \frac{-b}{a} < ۰ \Rightarrow c < ۰, b < ۰$

۴۰- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $y = (۳-m)x^۲ + x + m - ۵$ از چهار ناحیه محورهای مختصات می گذرد و دارای max است؟

۱) $m > ۵$ ۲) $m > ۳$ ۳) $m < ۵$ ۴) $m < ۳$

$a < ۰ \Rightarrow m > ۳ \quad , \quad \frac{c}{a} < ۰ \Rightarrow c > ۰ \Rightarrow m > ۵$ اشتراک $\Rightarrow m > ۵$

۴۱- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $y = mx^۲ + (m-۲)x + ۴$ فقط از ناحیه سوم نمی گذرد؟

۱) $m > ۲$ ۲) $-۱ < m < ۱$ ۳) $m < ۲$ ۴) $۰ < m < ۲$

$a > ۰ \Rightarrow m > ۰ \quad , \quad \frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow c > ۰ \Rightarrow m < ۲ \quad , \quad \frac{-b}{a} > ۰ \Rightarrow -b > ۰, m < ۲$ اشتراک

۴۲-نمودار تابع $y = x^۲ + ۴ax + ۴$ همواره بالای محور ox قرار دارد مقادیر a در کدام گزینه صدق می کند؟

۱) $|a| < ۳$ ۲) $|a| < ۲$ ۳) $|a| < ۱$ ۴) $|a| > ۲$

$a > ۰ \quad , \quad \Delta < ۰ \longrightarrow |a| < ۱$

۴۳- حدود m چه باید باشد تا تابع $y = (m+۱)x^۲ + ۳x$ بالای خط $y = -۲$ باشد ؟

۱) $m > ۲$ ۲) $m < ۲$ ۳) $m > \frac{۱}{۸}$ ۴) $m < \frac{۱}{۸}$

$(m+۱)x^۲ + ۳x > -۲ \Rightarrow \begin{cases} \Delta < ۰ \\ a > ۰ \end{cases} \Rightarrow m > \frac{۱}{۸}$

۴۴-جواب نامعادله ی $|x-۲|+|x-۱|<۵$ وقتی $x \geq ۲$ کدام است؟

۱) $-۱<x \leq ۵$　　۲) $x \geq ۵$　　۳) $x<۴$　　۴) $۲ \leq x<۴$

۴۵-اگر $x^۲-۲x<۰$ باشد حاصل عبارت $B=\sqrt{x^۲-۴x+۴}+|x|$ کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۱　　۳) $۲x-۲$　　۴) $۲x+۲$

۴۶-معادله $|x+۲|+|x-۳|=۵$ چند ریشه دارد؟

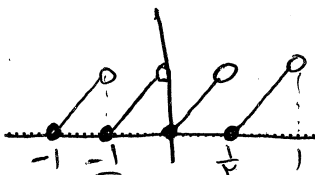
۱) هیچ　　۲) یک　　۳) دو　　۴) بی شمار

۴۷-در بازه ا ی مقادیر تابع $y=-x^۲+۱$ بیش تر از مقادیر تابع $y=|x+۱|$ آن بازه کدام است؟

۱) $(-۱,۰)$　　۲) $(۰,۱)$　　۳) $(-۱,۲)$　　۴) $\left(\frac{-۱}{۲},۱\right)$

۴۸-نمودار $y=۲x-[۲x], x \in [-۱,۱)$ از n پاره خط مساوی به اندازه L تشکیل شده است دوتایی (n,l) کدام است؟ []علامت جز صحیح است

۱) $(۴,\frac{\sqrt{۵}}{۲})$　　۲) $(۲,\sqrt{۵})$　　۳) $(۴,\sqrt{۵})$　　۴) $(۲,\frac{\sqrt{۵}}{۲})$



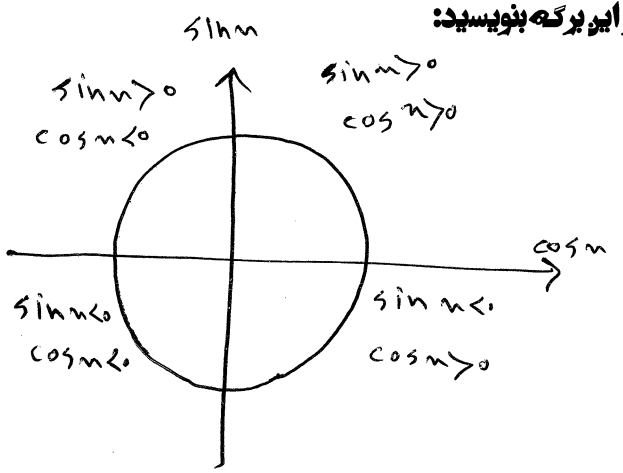
۴۹- نمودار $y=\frac{x}{[x]-۱}$ در فاصله $[-۱,۳)$ از چند پاره خط تشکیل می شود ؟[] علامت جز صحیح است

۱) دو　　۲) سه　　۳) چهار　　۴) یک

۵۰- معادله ی $[\frac{x}{۲}]=x$ چند ریشه دارد ؟ [] علامت جز صحیح است

۱) هیچ　　۲) یک　　۳) دو　　۴)سه

روز سوم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نست ها در این برگه بنویسید:



زاویه های مهم مثلثاتی قضیه ها و روش نقاله:

$\sin 37 = \cos 53 = \frac{3}{5} = 0/6$

$\sin 53 = \cos 37 = \frac{4}{5} = 0/8$

$tg\alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 26 \quad , tg\beta = 2 \rightarrow 63$

$tg\alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \alpha = 20 \quad , tg\beta = 3 \rightarrow 71$

$tg\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \alpha = 15 \quad , tg\beta = 4 \rightarrow 75$

$tg\alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \alpha = 10 \quad , tg\beta = 5 \rightarrow 78$

فرمول های مهم مثلثاتی:

۱) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

۲) $1 + tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

۳) $\sin(\alpha \mp \beta) = \sin\alpha\cos\beta \mp \sin\beta\cos\alpha \longrightarrow \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

۴) $\cos(\alpha \mp \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \longrightarrow \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

۵) $tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta} \longrightarrow tg(1+\alpha) = \frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha}$

تبدیلات مثلثاتی و معادله مثلثاتی:

۱) $\sin\omega = \sin\theta \rightarrow \begin{cases} \omega = 2k\pi + \theta \\ \omega = 2k\pi + \pi - \theta \end{cases}$

۲) $\cos\omega = \cos\theta \rightarrow \omega = 2k\pi \mp \theta$

۳) $tg\omega = tg\theta \longrightarrow \omega = k\pi + \theta$

۴) $\cot\omega = \cot\theta \longrightarrow \omega = k\pi + \theta$

روش تبدیل $\sin(\frac{k\pi}{2} + \alpha)$:

۱ـ اگر k فرد بود ← اسم عوض شود

۲ـ اگر k زوج بود ← اسم عوض نشود.

۳ـ تعیین علامت در آن ناحیه:

مثال $\sin(\frac{3\pi}{2} + 30) = -\cos 30$

۵۱- اگر $\sin x > \sin^3 x$ و $\cos x < \cos^3 x$ باشد ، در این صورت x می تواند به کدام یک از بازه های زیر متعلق باشد ؟

۱) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$　　۲) $\left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$　　۳) $\left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$　　۴) $\left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$

$\sin x > \sin^3 x \Rightarrow \sin x(1-\sin^2 x) > 0$ ... ربع دوم یا سوم ... $\cos^2 x$ ... $\begin{cases} \cos x < \cos^3 x \to \cos x < 0 \\ \text{ربع دوم یا اول} \end{cases}$

۵۲- اگر $\sin x + \frac{1}{\sin x} = -2$ باشد ، آن گاه مقدار $\sin^5 x + \cos^2 x$ چقدر است ؟

۱) صفر　　۲) ۱-　　۳) ۱　　۴) ۲

... $\sin x = -1 \to \cos x = 0 \to (-1)^5 + (0)^2 = -1$ ... $A + \frac{1}{A} = -2 \to A = -1$ تنها جواب

۵۳- اگر $\frac{2\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{5}$ و $\sin x = A$ باشد حدود A کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2} \le A \le 1$　　۲) $\frac{\sqrt{3}}{2} \le A \le 0$　　۳) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \le A \le \frac{\sqrt{3}}{2}$　　۴) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \le A \le \frac{\sqrt{3}}{2}$

$120 \le x \le 72 \to \frac{\sqrt{3}}{2} \le \sin x \le 1$ ... نزدیک به ۱ ... صحیح

۵۴- اگر $\tan 25 = a$ حاصل $\frac{\sin 155 - \sin 245}{\cos 335}$ کدام است؟

۱) $a-1$　　۲) $a+1$　　۳) a　　۴) $2a$

$\frac{\sin(180-25) - \sin(270-25)}{\cos(360-25)} = \frac{\sin 25 + \cos 25}{\cos 25} = \tan 25 + 1 = a + 1$

۵۵- اگر $\alpha - \beta = 270$ باشد حاصل عبارت $\frac{2\sin\alpha + 3\cos(3\pi - \beta)}{4\sin(5\pi + \alpha) - \cos(-\beta)}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}$　　۲) $\frac{-5}{3}$　　۳) $\frac{-1}{5}$　　۴) ۱

$\frac{2\sin\alpha - 3\cos\beta}{-4\sin\alpha - \cos\beta} = \frac{5\sin\alpha}{-3\sin\alpha} = -\frac{5}{3}$ ... $\sin\alpha = -\cos\beta$

۵۶- تساوی $\frac{\sin x \cos x}{1+\tan^2 x} - \frac{\sin x \cos x}{1+\cot^2 x} = a\sin(\pi + 4x)$ ، مقدار α کدام است؟

۱) $\frac{-1}{3}$　　۲) $\frac{1}{2}$　　۳) $\frac{1}{4}$　　۴) $\frac{-1}{4}$

$1+\tan^2 m = \frac{1}{\cos^2 m}$ ، $1+\cot^2 m = \frac{1}{\sin^2 m}$ ... مضرب مشترک ... $\frac{1}{4}\sin^2 4m = -a\sin^4 4m$

۵۷- حاصل $\sin\frac{2\pi}{14} + \sin\frac{5\pi}{14} + \frac{7\pi}{14} - \sin\frac{9\pi}{14} - \sin\frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

۱) ۱　　۲) ۰　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) ۱-

$\sin\frac{3\pi}{14} + \sin\frac{5\pi}{14} + \sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(\pi - \frac{5\pi}{14}\right) - \sin\left(\pi - \frac{3\pi}{14}\right) = 1$

۵۸- حاصل عبارت $\frac{\sin^2 2a(1+\tan^2 a)}{4}+\frac{1}{1+\cot^2(\frac{\pi}{2}-a)}$ کدام است ؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۲ ۴) ۱

$\frac{(2\sin a\cos a)^2(\frac{1}{\cos^2 a})}{4}+\frac{1}{1+\tan^2 a}=\sin^2 a+\cos^2 a=1$

۵۹- با فرض $\pi < a < 2\pi$ حاصل عبارت $\sqrt{\frac{2\sin a-\sin 2a}{2\sin a+\sin 2a}}$ کدام است ؟

۱) $\frac{1}{2}\cot\frac{a}{2}$ ۲) $\frac{-1}{2}\cot\frac{a}{2}$ ۳) $\tan\frac{a}{2}$ ۴) $-\tan\frac{a}{2}$

$\sqrt{\frac{2\sin a(1-\cos a)}{2\sin a(1+\cos a)}}=|\tan\frac{a}{2}|=-\tan\frac{a}{2}$

۶۰- به ازای کدام مقدار A تساوی $\frac{A}{\cos^6 x}-\frac{2\tan^2 x}{\cos^2 x}=1+\tan^6 x$ یک اتحاد است؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

کافی است به جای x مقدار صفر بدهیم آنگاه $A=1$

۶۱ - حاصل عبارت $\frac{\sin 40-\sqrt{3}\cos 40}{\cos 10}$ کدام است ؟

۱) $2\sin 10$ ۲) $-2\sin 10$ ۳) $3\sin 10$ ۴) $4\cos 100$

کافی است $\sqrt{3}$ را برابر $\tan 60=\frac{\sin 60}{\cos 60}$ بنویسیم و مخرج مشترک بگیریم و صورت

۶۲- حاصل $\frac{\cos 2a}{\sin a}+\frac{\sin 2a}{\cos a}$ ، وقتی $a\neq\frac{k\pi}{2}(k\in z)$ باشد برابر است با :

۱) $\sin a$ ۲) $\frac{1}{\sin a}$ ۳) $-\sin a$ ۴) $\frac{-1}{\sin a}$

مخرج مشترک را گرفته و از فرمول $\cos(\alpha-\beta)$ جوابی در حدود $\frac{1}{\sin a}$

۶۳- اگر $\sin x+\cos x=a$ و $\sin x-\cos x=b$ باشند آنگاه حاصل $\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ همواره کدام است؟

۱) $\frac{a}{b}$ ۲) $\frac{b}{a}$ ۳) $\frac{-a}{b}$ ۴) $\frac{-b}{a}$

$\tan(x+\frac{\pi}{4})=\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=\frac{a}{-b}$

۶۴- حاصل عبارت $\sin x.\cos x(2\cos^2 x-1)$ به ازای $x=15^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

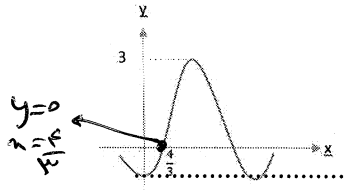
$\sin x\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$, $2\cos^2 x-1=\cos 2x$ $\Longrightarrow$ $\frac{1}{4}\sin 4x=\frac{\sqrt{3}}{8}$

۶۵ – حاصل عبارت $\tan ۱۲ \tan ۳۳ + \tan ۱۲ + \tan ۳۳$ کدام است ؟

۱) ۱- ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) صفر

$(۱۲+۳۳) = ۴۵ \Rightarrow tg(۱۲+۳۳) = tg۴۵ = \frac{tg۱۲ + tg۳۳}{۱ - tg۱۲ tg۳۳} = ۱$ طرفین وسطین

۶۶-قسمتی از نمودار تابع $y = a\cos\left(\frac{\pi x}{b}\right) + ۱$ به صورت شکل زیر است .دوره تناوب تابع کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

$f(\frac{۴}{۳}) = ۰ \Rightarrow y = a\cos\left(\frac{۶(\frac{۴}{۳})}{b}\right) + ۱ = ۰ \Rightarrow b = ۴ \times ۲ = ۸$

۶۷- خلاصه شده عبارت $\cot ۲۰(۱ - \cos ۴۰)$ کدام است ؟

۱) $\sin ۲۰$ ۲) $\sin ۴۰$ ۳) $\cos ۲۰$ ۴) $\cos ۴۰$

$۱ - \cos ۲a = ۲\sin^۲ a \Rightarrow \frac{\cos ۲۰}{\sin ۲۰} \times ۲\sin^۲ ۲۰ = \sin ۴۰$

۶۸- اگر $\sin^۶ x + \cos^۶ x = \frac{۱}{۴}$ باشد حاصل $|\sin x \cos x|$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۴}$

$\sin^۶ m + \cos^۶ m = ۱ - ۳\sin^۲ m \cos^۲ m \Rightarrow |\sin m \cos m| = \frac{۱}{۳}$

۶۹- اگر $\tan\left(\frac{x}{۲} - \frac{y}{۴}\right) = \frac{۲}{۳}$ و $\tan\left(\frac{x}{۲} - \frac{y}{۴}\right) = \frac{-۱}{۴}$ باشد حاصل $\tan x$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۴}$ ۳) $\frac{۵}{۱۱}$ ۴) صفر

$m = \left(\frac{m}{۲} + \frac{y}{۴}\right) + \left(\frac{m}{۲} - \frac{y}{۴}\right) \Rightarrow tgm = tg\left(\left(\frac{m}{۲} + \frac{y}{۴}\right) + \left(\frac{m}{۲} - \frac{y}{۴}\right)\right) = \frac{۵}{۱۴}$

۷۰- در یک شش ضلعی منتظم که طول ضلع آن $۲\sqrt{۳}$ می باشد ، طول قطر کوچک تر کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۲}$ ۲) $۱۲\sqrt{۲}$ ۳) ۸ ۴) ۶

$\frac{a}{۲} = \frac{۶-۲}{۲} \times ۱۱۰ = ۱۲۰$ زاویه داخلی — شش ضلعی منتظم $\Rightarrow$ ضلع = شعاع = ۶

۷۱- برد تابع $y = ۵ - ۳\sin^۲ \frac{x}{۲}$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

$۰ \leq \sin^۲ \frac{x}{۲} \leq ۱ \xrightarrow{\times(-۳)} -۳ \leq -۳\sin^۲ \frac{x}{۲} \leq ۰ \xrightarrow{+۵} R_f = [۲, ۵]$

۷۲- معادله $(۴\cos x + ۳)(۴\sin x - \sqrt{۷}) = ۰$ در بازه ی $\left(\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}\right)$ چند ریشه دارد ؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$\cos m = \frac{-۳}{۴}$ ، $\sin m = \frac{\sqrt{۷}}{۴} \Rightarrow \left(\frac{-۳}{۴}\right)^۲ + \left(\frac{\sqrt{۷}}{۴}\right)^۲ = ۱$

۷۳- صورت کلی تمام قوس هایی که در معادله $\cos\left(\frac{\pi}{۲}+x\right)\sin(۲\pi-x)=\cos^{۲}\frac{۷\pi}{۶}$ صدق می کند در دایره مثلثاتی کدام شکل است؟

۱) ۴ ضلعی ۲) ۵ ضلعی ۳) ۷ ضلعی ۴) ۸ ضلعی

$(-\sin x)(-\sin x)=\cos^{۲}(\pi+\frac{\pi}{۶}) \Rightarrow \sin^{۲}x=\frac{۳}{۴} \longrightarrow x=\frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳}$

۷۴- جواب کلی معادله مثلثاتی $۲\sin^{۲}x-\sin x-۳=۰$ کدام است؟

۱) $۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$ ۲) $۲k\pi$ ۳) $۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$ ۴) $k\pi-\frac{\pi}{۲}$

$۲\sin^{۲}x-\sin x-۳=۰ \longrightarrow \sin x=-۱ \Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$

۷۵- معادله $\tan x+\cot x=k+۱$ برقرار است . حدود k برای آنکه معادله جواب داشته ، کدام است؟

۱) $-۳\le k\le ۱$ ۲) $-۱\le k\le ۳$ ۳) $k\le -۳ \cup k\ge ۱$ ۴) $k\le -۱ \cup k\ge ۳$

نکته: $a\tan x+b\cot x=c$ وقتی جواب دارد که $c^{۲}\ge ۴ab$

روز چهارم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نست ها در این برگه بنویسید:

تعریف تابع . مقدار تابع دامنه و برد آن: هر ورودی دقیقاً یک خروجی دارد ← تابع است.

هر ورودی یک خروجی مجزا دارد ← تابع یک به یک است.

دامنه ← مجموعه ورودی ها ← دامنه گذاشتیم، دکمال وکسری را باید بلد باشیم.

برد ← مجموعه خروجی هاست ← از روی دامنه ضابطه تابع را بازیم حساب می‌شود

ترکیب توابع و به دست آوردن آن:

$f(g(x))=fog(x)$ و $D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$

روش به دست آوردن f، g، fog را هرجا که یکی از این ۳ را بخواهند و ۲ تای دیگر را بدهند بلد باشیم.

معکوس توابع و روش حل تست های تابع: در حل تابع معکوس آن نقطه (a,b) درصورت سوال جواب دهد ضابطه معکوس آن (b,a) جواب می دهد.

* روش رسم به کمک انتقال را باید مرور کنیم.

۷۶- رابطه $f=\{(m,۳),(۲,m^۲),(۳,۱),(-۱,m+۴),(۲,m+۲)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است ؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۲ ۴) ۲-

$۲=۲ \Rightarrow m^۲=m+۲ \Rightarrow m=-۱$

۷۷- اگر ضابطه ای $f(x)=sin|x| \pm \log(۲-x^۲)$ تابع باشد ، آنگاه $f(x)$ شامل چند زوج مرتب است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی شمار

$m=\pm ۱$ حس $\log(۲-m^۲)=۰$ با شرط $f(m)$ ۱. تابع

۷۸-کدام یک از گزینه های زیر تابع است؟

۱) $۴x^۲+y^۲+۴x+۶y+۱۰=۰$

۲) $y^۳+۲y^۲=x$

۳) $|y-۱|+۲x=۰$

۴) $x=۳$

$(۴m^۲+۴m+۱)+(y^۲+۶y+۹)=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{۱}{۲} \\ y=-۳ \end{cases}$

۷۹- دامنه ی تابع با ضابطه ی $f(x)=\frac{|x|}{[x]+۲}$ کدام است؟

۱) $R-[-۲,-۱)$

۲) $R-(-۲,-۱)$

۳) $R-(-۲,-۱]$

۴) $R-[-۲,-۱]$

$[m]+۲ \neq ۰ \Rightarrow [m] \neq -۲ \Rightarrow m \notin [-۲,-۱)$

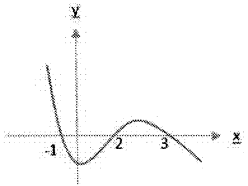
۸۰- دامنه تابع با ضابطه ای $y=\sqrt{۲-\sqrt{۱-x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) بی شمار

$۱-m \geq ۰ \Rightarrow m \leq ۱$ ، $۲ \geq \sqrt{۱-m} \Rightarrow m \geq -۳$ اشتراک $\Rightarrow -۳ \leq m \leq ۱$

۸۱-شکل زیر نمودار $y=f(x+۱)$ دامنه تابع با ضابطه ی $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟

۱) $[-۱,۰] \cup [۲,۳]$ ۲) $[-۲,۰] \cup [۱,۲]$ ۳) $[۰,۳]$ ۴) $[۳,۴]$



$\begin{cases} m \geq ۰ , f(m) \geq ۰ \rightarrow m \in [۳,۴] \\ m \leq ۰ , f(m) \leq ۰ \rightarrow m \in \emptyset \end{cases} \xrightarrow{\cup} D=[۳,۴]$

۲. دوره ی وضوح هم علامت با نمودار

۸۲ -دامنه تابع با ضابطه $f(x)=\sqrt{1-\log(x+1)}$ به کدام صورت است ؟

۱) $[-1,9]$ ۲) $(-1,9]$ ۳) $(-1,2]$ ۴) $(-1,9)$

$1-\log(x+1)\geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراب}} -1<x\leq 9$ و $x+1>0 \Rightarrow x>-1$

۸۳-اگر نقطه ی $A(-9,3)$ واقع بر تابع $y=f(x)$ باشد ، در این صورت در تابع $y=-3f(-2x+1)+4$ این نقطه با چه نقطه ای متناظر است؟

۱) $(-5,5)$ ۲) $(5,-5)$ ۳) $(5,13)$ ۴) $(-5,-13)$

$-2x+1=-9 \Rightarrow x=5 \quad / \quad x=5 \Rightarrow y=-3f(-9)+4=-5$

۸۴- اگر $f=\{(2,-1),(3,3),(0,3),(5,1)\}$ و $g=\{(3,4),(2,2),(0,-2),(1,3)\}$ باشد ، مجموعه عناصر برد تابع $\frac{2g}{f+1}$ کدام است؟

۱) -2 ۲) 1 ۳) -3 ۴)صفر

$D_f \cap D_g=\{0,2,3\}$ $f=-1$ $\xrightarrow{\text{اشتراب}} D_{\frac{2g}{f+1}}=\{0,3\}$ $\rightarrow$ مجموع برد $=1-2=-1$

۸۵- دامنه تعریف تابع با ضابطه ی $f(x)=\frac{\sqrt{-x^2+4}}{|x|+1}$ کدام است؟

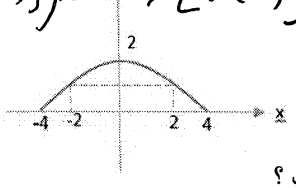
۱) $[0,2]$ ۲) $[-1,2]$ ۳)$[-2,2]$ ۴) $[-2,1]$

$-x^2+4\geq 0 \Rightarrow x^2\leq 4 \Rightarrow -2\leq x\leq 2$ و $|x|+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1 \rightarrow D_f=[-2,2]$

۸۶- اگر شکل زیر مربوط به تابع $f(x)$ باشد مجموعه جواب $f([f(x)])=2$ کدام است؟

۱) $[-4,4]$ ۲) $[-4,-2)\cup(2,4]$ ۳) $(-2,2)$ ۴) $\{0\}$

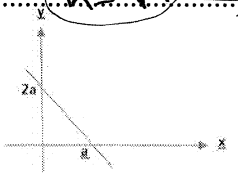
$f([f(x)])=2 \rightarrow [f(x)]=0 \Rightarrow 0\leq f(x)<1 \rightarrow -4<x\leq -2$ یا $2\leq x<4$



۸۷-اگر $f(x^2)+3f(2)=4-x^2$ باشد حاصل $f(3)-3f(5)$ کدام است ؟

۱) ۷ ۲) -۸ ۳) $\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{3}$ ۴) $\frac{14}{3}$

خودمان دادیم $x=\sqrt{2} \rightarrow f(2)+3f(2)=4-(\sqrt{2})^2 \rightarrow f(2)=1 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$ یا $\pm\sqrt{5}$



۸۸- اگر نمودار f ، شکل مقابل باشد آنگاه $f(-f(0))$ کدام است؟

۱) a ۲) ۲a ۳) ۶a ۴)۳a

$A(a,0),B(0,2a) \rightarrow m_{AB}=\frac{2a-0}{0-a}=-2 \rightarrow y=-2x+2a$

$\rightarrow f(0)=2a$, $f(-f(0))=4a$

۸۹-اگر $f(x)=3x+a$ و $g(x)=3-2x$ بوده رابطه ی $fog(x)-gof(x)=5$ برقرار باشد ، a کدام است؟

۱) ۲ ۲) ± 2 ۳) $\frac{\pm 1}{3}$ ۴) $\frac{-1}{3}$

$(3(3-2x)+a)-(3-2(3x+a))=5 \longrightarrow a=-\frac{1}{3}$

۹۰-اگر $x\neq 2$ و $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$ ضابطه تابع $fof(x)$ برابر کدام است ؟

۱) x ۲) $-x$ ۳) $\frac{2x+1}{x-2}$ ۴) $\frac{2x-1}{x+2}$

$f(x)=\frac{ax+b}{cx-a}$ داریم $x\neq \frac{a}{c}$ حال با $fof(x)=x$

۹۱-اگر $f(x)=-x^2+2x$ و $fog(x)=-4x^2-8x-3$ باشند ،آنگاه $g(-1)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

$f(g(x))=-4x^2-8x-3 \xrightarrow{x=-1} f(g(-1))=1$ و $g(-1)=1$

۹۲-اگر $g(x)=\sqrt{4-x}$ و $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ دامنه ی fog کدام است؟

۱) $x\leq 4$ ۲) $x\leq 3$ ۳) $x\leq 4, x\neq 0$ ۴) $x\leq 3, x\neq 0$

$D_g: x\leq 4 \quad , \quad D_f: x\geq 1 \xrightarrow{\text{ضرب}} D_{fog}=\{x\leq 4, x\leq 3\}=(-\infty, 3]$

۹۳- در تابع با ضابطه ی $f(x)=x^2(4-x)^2$ حاصل $f(2+x)-f(2-x)$کدام است؟

۱) صفر ۲) $8x$ ۳) $4x^2$ ۴) $8x^2$

$(2+x)^2(2-x)^2-(2-x)^2(2+x)^2=0$

۹۴- اگر $f(x)=\begin{cases} x>0 & 2 \\ x\leq 0 & x^2+3 \end{cases}$حاصل $f(f(x))$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۷ ۳) ۲ ۴) x^2+5

حاصل $f(x)>0$ $\quad f(f(x))=2$

۹۵- نمودار تابع $y=|2x-6|-|x+4|+x$ در یک بازه اکیداً نزولی است ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱) $-x+6: x<-4$ ۲) $-x+5: x>2$

۳) $\frac{-1}{2}x+1: -4<x<3$ ۴) $\frac{-1}{2}x+1: -4<x<10$

یک تابع در تابع وارون خودش ضرب می شود حال در معکوس با یکدیگر عمل (۱) صرف کند مثلاً اگر (a,b) در تابع جواب دهد (b,a) در معکوس جواب می دهد.

۹۶-اگر تابع $f=\{(a,-\log_4(1-a)),(3,2a)(a,1+\log_4 a),(4a,4a-1)\}$ یک به یک باشد چند مقدار برای a بدست می آید ؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴)سه

تابع همانی ولی $1+1$ حک می کنیم ..... $a=a \rightarrow -\log_4^{(1-a)}=1+\log_4^a \rightarrow a=\frac{1}{2}$

۹۷-کدام تابع زیر یک به یک است؟

۱) $y=x^2|x|$ ۲) $y=\begin{cases}|x| & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$

۳) $y=\sqrt{|x|}$ ۴) $y=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq 0\\ -x^2-1 & x<0\end{cases}$

رسم می کنیم و سر سی ۴ جواب است .....

۹۸- اگر ضابطه ی f ، $f(x)=x^2+x+1$ باشد ، نمودار f^{-1} الزاماً از کدام نقطه می گذرد؟

۱) $(0,2)$ ۲) $(1,0)$ ۳) $(2,-1)$ ۴) $(2,0)$

نزدیک جک کنیم با سر عکس آنها در f جواب دوم نزدیک ۲ .....

۹۹- اگر $f(x)=2x+1$ و $g(x)=3x-1$ باشد ، تابع $fog^{-1}(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{2x}{3}+\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{x}{3}+\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2x}{3}-\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{x}{3}-\frac{1}{3}$

$3x-1=y \Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{x+1}{3}$ ، $fog^{-1}(x)=2\left(\frac{x+1}{3}\right)+1=\frac{2x}{3}+\frac{5}{3}$ .....

۱۰۰- اگر $f=\{(2,3),(5,7),(4,1)\}$ و $g=\{(4,11),(3,7),(5,6)\}$ حاصل gof^{-1} کدام است؟

۱) $\{(1,11)\}$ ۲) $\{(7,6),(1,11)\}$ ۳) $\{(7,6)\}$ ۴) $\{(7,6),(1,11)\}$ $\{(3,6)\}$

$f^{-1}=\{(3,2)(7,5)(1,4)\}$ ، $g=\{(4,11)(3,7)(5,6)\} \Rightarrow gof^{-1}=\{(7,6)(1,11)\}$

روزپنجم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و تست ها در این برگه بنویسید:

فرمول های لگاریتم و تابع نمایی و رشد و زوال:

$\log_c^a+\log_c^b=\log_c^{ab}$ ، $\log_c^a-\log_c^b=\log_c^{\frac{a}{b}}$

$\log_e^a=\ln a$ ، $\log_{b^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_b^a$

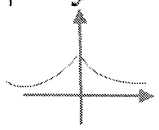
$\log^a<\log^b_c \rightarrow \begin{cases}0<c<1 \rightarrow a>b\\ c>1 \rightarrow a<b\end{cases}$ ، $f(t)=A_0 e^{kt}$ (A_0: مقدار اولیه، k: نرخ ثابت رشد، t: زمان)

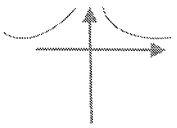
مقدار ثانویه

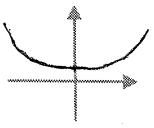
۱۰۱- فاصله نقطه بر خورد تابع $y = ۳^{x+۱}$ با محور y ها و نقطه برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟

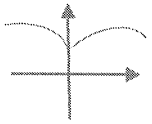
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) ۳

۱۰۲- نمودار $y = ۲^{|x|}$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۰۳-کدام گزینه صحیح است ؟

۱) $\log_{۴} ۷ < \log_{۷} ۴$ ۲) $\log_{\frac{۱}{۲}} ۲ < \log_{\frac{۱}{۲}} ۵$

۳) $\log_{۵} \frac{۱}{۲} < \log_{۵} \frac{۱}{۳}$ ۴) $\log_{\frac{۱}{۲}} ۳^{۲} < \log_{\frac{۱}{۲}} ۲^{۳}$

۱۰۴- اگر $\log ۲ = a$ و $\log ۳ = b$ باشد حاصل $\log \sqrt{۱/۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}(a + b - ۱)$ ۲) $\frac{۱}{۳}(a + b + ۱)$ ۳) $\frac{۱}{۳}(۲a + b - ۱)$ ۴) $\frac{۱}{۳}(۲a + b + ۱)$

۱۰۵-حاصل $\log_{۱۰۰} ۲\sqrt{۵} + \log_{۱۰۰} ۵\sqrt{۲}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۰۶- اگر $\log_{a^{۲}} x^{۲} = \log_{b} \sqrt{x}$ باشد کدام رابطه بین a, b همواره صحیح است؟

۱) $a^{۲} = b$ ۲) $a^{۲} = b^{۲}$ ۳) $a^{۲} = b^{۴}$ ۴) $a^{۳} = b^{۴}$

۱۰۷- حاصل $\log_{\sqrt{۱۲۵}} \frac{۰/۲}{\sqrt[۳]{۵}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{-۹}{۸}$ ۳) $\frac{-۱}{۲}$ ۴) $\frac{-۸}{۹}$

۱۰۸- اگر $\log_b a = \frac{5}{4}$ حاصل $\log_{\sqrt[3]{b}} a^2 b$ کدام است؟

۱) $\frac{21}{2}$　　۲) $\frac{19}{2}$　　۳) $\frac{17}{2}$　　۴) $\frac{15}{2}$

$\log_{b^{\frac{1}{3}}} a^2 + \log_{b^{\frac{1}{3}}} b = 6 \times \frac{5}{4} + 3 = \frac{21}{2}$

۱۰۹- اگر $\log_{12} 2 = a$ حاصل $\log_2 3$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{a}$　　۲) $\frac{1}{a} + 2$　　۳) $\frac{1}{a} - 2$　　۴) $a + 2$

$\log_2 12 = \frac{1}{a} \rightarrow \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 3 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{1}{a} - 2$

۱۱۰- اگر $\log_6 2 = a$ حاصل $\log_2 2 \times \log_3 3 \times \log_4 4 \times \log_5 5 \times \ldots \times \log_{81} 80$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4+4a}$　　۲) $\frac{a}{4-4a}$　　۳) $\frac{1}{4-4a}$　　۴) $\frac{a}{4+4a}$

$\log_3 2 \times \log_4 3 \times \log_5 4 \times \ldots \times \log_{81} 80 = \log_{81} 2 = \frac{a}{4-4a}$

۱۱۱- حاصل $\frac{\log 2 + \log 5 + \log 8}{\log 2 + \frac{1}{2}\log 20}$ کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۱　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) $\frac{1}{4}$

$\frac{\log 2 \times 5 \times 8}{2\log 2 + \log 2 \times 5} = \frac{2\log 10}{\log 10} = 2$

۱۱۲- حاصل $3^{(2\log_3 5 + \log_{\sqrt{3}} 2)}$ کدام است ؟

۱) ۱۰　　۲) ۲۰　　۳) ۱۰۰　　۴) ۱۲۰

$3^{\log_3 25} \times 3^{\log_3 4} = 25 \times 4 = 100$

۱۱۳- اگر $\log(2x+1) = \begin{vmatrix} \log 25 & \log 4 \\ \log 4 & \log 25 \end{vmatrix}$ مقدار x کدام است؟

۱) $\frac{501}{32}$　　۲) $\frac{609}{32}$　　۳) $\frac{625}{32}$　　۴) $\frac{705}{32}$

$\log(2m+1) = (\log 25 - \log 4)(\log 25 + \log 4) \Rightarrow m = \frac{609}{16}$

۱۱۴- اگر $\log_2 7 = a$ باشد حاصل $\log_{14} 98$ برحسب a کدام است؟

۱) $\frac{2a+1}{a+1}$　　۲) $\frac{2a-1}{a-1}$　　۳) $\frac{2a-1}{a+1}$　　۴) $\frac{2a+1}{a-1}$

$\log_2 7 = a \rightarrow \log_{14} 98 = \frac{\log_2 98}{\log_2 14} = \frac{2a+1}{a+1}$

۱۱۵- اگر $\log(\sin 80) = a$ باشد ، حاصل $\log(\sin 20 + \tan 10 \cos 20)$ کدام است ؟

۱) $a + \log 2$　　۲) $-a - \log 2$　　۳) $a - \log 2$　　۴) $\log 2 - a$

$\log(\cos 10) = a \rightarrow \log(\sin 20 + \frac{\sin 10}{\cos 10}\cos 20) = \log \frac{1}{\cos 10} = -\log \cos 10 = -a$

۱۱۶-اگر $x - \log ۲ = ۲\log(۴ - \sqrt{۶}) + \log(۱۱ + ۴\sqrt{۶})$ باشد $\log_{\sqrt{۱۰}} ۵۰x$ کدام است ؟

۱) ۲　　۲) ۴　　۳) ۳　　۴) ۵

$x = \log(۴-\sqrt{۶})^۲ + \log(۱۱+۴\sqrt{۶}) \Rightarrow x = \log ۲$ ، $\log_{\sqrt{۱۰}} ۵۰x = ۴$

۱۱۷- یکی از جواب های معادله ی $(\log x)^۲ - ۱۰\log_۹ x + ۶ = ۰$ کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۳　　۳) ۹　　۴) $\sqrt{۳}$

$(\log \frac{۳}{۲})^۲ - ۱۰\log_۹^{x} + ۶ = ۰ \Rightarrow x = ۹ , x = ۲۷$

۱۱۸-اگر $۹\sqrt{۳} = ۹^x$ و $۱ + \log\sqrt{x+۱} = \log y$ مقدار y کدام است ؟

۱) ۷　　۲) ۹　　۳) ۱۵　　۴) ۱۷

$۳^{\frac{۹}{۲}} = ۳^{۲x} \Rightarrow x = \frac{۹}{۴}$ ، $۱ + \log\sqrt{x+۱} = \log y \Rightarrow y = ۱۵$

۱۱۹-اگر $x + y = \frac{۷}{۶}$ و $\ln x + \ln y = \ln \frac{۱}{۳}$ حاصل $|x - y|$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$　　۲) $\frac{۱}{۶}$　　۳) $\frac{۱}{۷}$　　۴) ۷

$(x+y)^۲ - (x-y)^۲ = ۴xy$

$\ln xy = \ln \frac{۱}{۳} \Rightarrow xy = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{۷}{۶} \\ xy = \frac{۱}{۳} \end{cases} \Rightarrow |x-y| = \frac{۱}{۶}$

۱۲۰-جواب نا معادله ی $\log_۴(۱ - x) \geq \frac{۱}{۲}$ کدام است ؟

۱) $x \leq -۱$　　۲) $x \leq ۱$　　۳) $x \geq ۱$　　۴) $x \geq -۱$

$۱ - x \geq ۲ \Rightarrow x \leq -۱$ ، $۱ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۱$

۱۲۱-حاصل $\lim_{n\to\infty} \left(۱ + \frac{۱}{۵n}\right)^{۲n}$ کدام است ؟

۱) $e^۲$　　۲) $۵\sqrt{e}$　　۳) $۵\sqrt{e^۲}$　　۴) $\sqrt{e^۵}$

$\lim \left(۱ + \frac{۹}{۵۰n}\right)^{cn+d} = e^{\frac{۹c}{۵۰}} \Rightarrow \lim \left(۱ + \frac{۱}{۵۵n}\right)^{۲n} = e^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{e^۲}$ ، $n \to +\infty$

۱۲۲- حاصل حد تابع $f(x) = \left(\frac{۳x+۱}{۳x+۴}\right)^{kx+۲}$ وقتی $x \to +\infty$ برابر $\frac{۱}{e^۲}$ است k کدام است ؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

حد (رزی) ۱^∞ ← کتاب ۲

۱۲۳-جمعیت شهری بعد از ۶ سال ۱/۴ برابر می شود . اگر ضریب تناسب ثابت بماند این جمعیت بعداز ۱۲سال چند برابر می شود ؟

۱) ۱/۵۶　　۲) ۱/۶۹　　۳) ۱/۷　　۴) ۱/۹۶

$f(t) = f(۰) \times e^{kt} \Rightarrow f(۶) = ۱/۴ \times f(۰) = e^{۶k} = ۱/۴$ ، $f(۱۲) = ۱/۹۶ \times f(۰)$

۱۲۴- تعداد باکتری های یک کشت ۵۰۰ عدد می باشد . اگر تعداد باکتری ها با رشد ثابت $0/02\ln 3$ در دقیقه افزایش یابد پس از ۱۰۰ دقیقه تعداد باکتری ها چقدر خواهد شد ؟

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۴۰۰۰ ۴) ۴۵۰۰

$A_t = A_0 e^{kt} \rightarrow 500e^{(0/02\ln 3)\times 100} = 4500$

۱۲۵-در یک سرمایه گذاری بعد از ۵ سال ، سرمایه e برابر می شود. نرخ سود مشارکت در این سرمایه گذاری چند درصد مرکب پیوسته است؟

۱) ۱۰٪ ۲) ۲۰٪ ۳) ۲۸٪ ۴) ۳۰٪

$f(t) = f(0)\times e^{kt} \Rightarrow f(5) = ef(0) \Rightarrow 5k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{5} = 20\%$

روز ششم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نشست ها در این برگه بنویسید:

آنالیز ترکیبی: اگر بین ۲ عمل «و» استفاده شود ضرب است .

اگر بین ۲ عمل «یا» استفاده شود جمع است .

جایگشت n شی متفاوت $n!$ است

جایگشت n شی که k_1 تای آن مثل هم و k_2 تای دیگر مثل هم است $\frac{n!}{k_1!k_2!}$

ترکیب n شی از r شی درمسائلی که ترتیب مهم نیست مثل انتخاب گروه از ترکیب استفاده می شود. $\binom{n}{r}$

احتمال:

روش حل احتمال ساده: ۱- حالت کلی $= n(S)$

۲- تعداد حالات مطلوب $= n(A)$

۳- احتمال مطلوب $= \frac{n(A)}{n(S)} = p(A)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ناسازگار $\rightarrow P(A \cap B) = 0$

مستقل $\rightarrow P(A \cap B) = P(A)\times P(B)$

احتمال شرطی $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ - احتمال دقیقا جلو با شیعه

احتمال دوجمله ای (شکست q و پیروزی p) : $\binom{n}{k} p^k (q)^{n-k}$

۱۲۶- حروف کلمه goodlooking را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم ، در چه تعداد از آن ها حروف o کنار هم و حروف g نیز کنار هم قرار می گیرند؟

۱) $2! \times 3! \times 5!$ ۲) $2 \times 6!$ ۳) $7!$ ۴) $8!$

۴ حرف o را یک بسته و دو حرف g را یک بسته در نظر می گیریم $\Rightarrow 7!$

۱۲۷-مجموعه {a,b,c,d,e,f} چند زیر مجموعه چهار عضوی شامل عضو b و فاقد عضو d دارد؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۵

$\binom{4}{4} = 1$ فاقد d ← $\binom{5}{4}$ شامل b ← $\binom{6}{4}$ زیرمجموعه ۴ عضوی

۱۲۸-در جعبه ای ۵ مهره سفید ، سه مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد ، به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می آوریم . با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل یک مهره سفید خارج شده است ؟

۱) $\frac{5}{12}$ ۲) $\frac{7}{12}$ ۳) $\frac{49}{120}$ ۴) $\frac{51}{120}$

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1}\left(\binom{5}{1}\binom{3}{1} + \binom{5}{2}\binom{3}{0}\right)}{\binom{10}{3}} = \frac{5}{12}$$

۱۲۹-از کیسه ای شامل ۵ مهره سفید ، ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی، ۲ مهره به تصادف، متوالی و بدون جایگذاری خارج می کنیم . احتمال آنکه مهره دوم قرمز باشد کدام است؟

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۴

$$\left(\frac{8}{10} \times \frac{2}{9}\right) \text{یا} + \left(\frac{2}{10} \times \frac{1}{9}\right) = \frac{18}{90} = 0.2$$

۱۳۰-از کیسه ای شامل ۵ مهره سفید و ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی ، ۳ مهره به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال آنکه حداقل دو مهره همرنگ باشد کدام است؟

۱) $\frac{24}{99}$ ۲) $\frac{24}{90}$ ۳) $\frac{48}{90}$ ۴) $\frac{75}{99}$

$P(A) = 1 - \frac{24}{99} = \frac{75}{99} \Leftarrow P(A') = \frac{24}{99}$ احتمال همرنگ نبودن

۱۳۱- با توجه به جدول آمار دانشجویان یک دانشکده ، به طور تصادفی یک دانشجو انتخاب می شود احتمال اینکه تهرانی یا دختر باشد چقدر است؟

۱) $\frac{7}{10}$ ۲) $\frac{8}{10}$ ۳) $\frac{9}{10}$ ۴) ۱

جنسیت	تهرانی	شهرستانی
دختر	۱۰۰	۲۰۰
پسر	۴۰۰	۳۰۰

$P(\text{دختر} \cup \text{تهرانی}) = P(\text{تهرانی}) + P(\text{دختر}) - P(\text{دختر} \cap \text{تهرانی}) = 0.7$

۱۳۲-خانواده ای دارای ۸ فرزند است می دانیم ۴ فرزند اول پسر هستند، احتمال اینکه ۴ فرزند دیگر دختر باشند کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۲}$　۲) $\frac{۱}{۱۶}$　۳) $\frac{۱}{۸}$　۴) $\frac{۱}{۴}$

$\frac{۱}{۱۶} = \text{دختر} \times \text{دختر} \times \text{دختر} \times \text{دختر}$

۱۳۳- از بین ارقام ۶،۵،۴،۳،۲،۱،۰ عدد سه رقمی به تصادف و بدون تکرار ارقام می سازیم .احتمال زوج بودن این عدد کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$　۲) $\frac{۳}{۴}$　۳) $\frac{۴}{۷}$　۴) $\frac{۷}{۱۲}$

$n(S)=۳۶ \quad n(A')=۵\times۵\times۳ \Rightarrow P(A')=\frac{۵}{۱۲} \Rightarrow P(A)=۱-\frac{۵}{۱۲}$

۱۳۴-شخص A یک تاس و شخص B دو تاس پرتاب می کنند احتمال آنکه مجموع دو تاس B کوچکتراز تاس A باشد کدام است ؟

۱) $\frac{۲۰}{۲۱۶}$　۲) $\frac{۱۰}{۲۱۶}$　۳) $\frac{۱۱}{۲۱۶}$　۴) $\frac{۱۵}{۲۱۶}$

حی نویسم حالا تدریسم $P=\frac{۲۰}{۶۳}=\frac{۲۰}{۲۱۶}$

۱۳۵-اگر $۲P(A)=\frac{P(B)}{۲}=۳P(A\cap B)$ باشد $\frac{P(A\cup B)}{P(A\cap B)}$ کدام است ؟

۱) ۶/۵　۲) ۶　۳) ۷/۵　۴) ۷

$P(A\cap B)=n \Rightarrow \begin{cases} P(A)=\frac{۳}{۲}n \\ P(B)=۶n \end{cases} \rightarrow P(A\cup B)=\frac{۱۳}{۲}n \quad \frac{ب}{ا}=۶/۵$

۱۳۶- در پرتاب ۱ سکه اگر رو آمد مجاز به انداختن ۲ تاس هستیم ، با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده در تاس ها حداقل برابر ۶ خواهد بود ؟

۱) $\frac{۱۳}{۱۸}$　۲) $\frac{۹}{۲۰}$　۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$　۴) $\frac{۱۳}{۳۶}$

مجموع ۲ تاس حداقل ۶ بار سکه رو بیاد $\frac{۱۳}{۳۶}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۶}{۳۶}$

۱۳۷-در یک جامعه درصد گروه خونی O,AB,B,A به ترتیب ۵۰،۱۰،۲۰،۲۰ است . اگر ۲ نفر از این جامعه انتخاب شوند ، با کدام احتمال حداقل یک نفر گروه خونی A را دارد ؟

۱) $\frac{۲۰}{۱۰۰}$　۲) $\frac{۳۶}{۱۰۰}$　۳) $\frac{۳۸}{۱۰۰}$　۴) $\frac{۴۳}{۱۰۰}$

$۱-P(\text{ندارد A گروه خونی})\times P(\text{ندارد A گروه خونی}) = \frac{۳۶}{۱۰۰}$

۱۳۸- یک تاس را ۳ بار پرتاب می کنیم . با چه احتمالی عدد رو شده در هر پرتاب از عدد رو شده در پرتاب قبلی بزرگ تر است ؟

۱) $\frac{۳}{۵۴}$　۲) $\frac{۵}{۵۴}$　۳) $\frac{۱۱}{۲۱۶}$　۴) $\frac{۱۳}{۲۱۶}$

$n(A)=\binom{۶}{۳}=۲۰ \Rightarrow P(A)=\frac{۲۰}{۲۱۶}=\frac{۵}{۵۴}$

۱۳۹- در یک خانواده ۳ فرزندی می دانیم همه فرزندان هم جنس نیستند . احتمال آنکه این خانواده ۲ پسر داشته باشد کدام است ؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

$S=\{(bbg)(ggb)(bgb)(gbg)(gbb)(bgg)\}$ ، $A=\{(bbg)(bgb)(gbb)\} \Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۲}$

۱۴۰- اگر $P(A)=\frac{۱}{۵}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A\cup B)=\frac{۷}{۲۰}$ آنگاه حاصل $P(A|B)$ کدام است/

۱) $\frac{۴}{۱۰}$ ۲) $\frac{۵}{۱۰}$ ۳) $\frac{۶}{۱۰}$ ۴) $\frac{۸}{۱۰}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۱۰}$ ، $P(A|B)=\frac{۴}{۱۰}$

۱۴۱- احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند ۳۰٪ و به فرزند دختر ۲۰ ٪ است . با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می آید. این نوع بیماری را ندارد ؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

$\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۷۵}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۸۵}{۱۰۰}\right)=\frac{۳}{۴}$

۱۴۲-احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده اند ۱۰٪ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۲۰٪ است . $\frac{۱}{۴}$ کارگران یک کارگاه واکسن رده اند . اگر فرد حامل بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند با کدام احتمال این بیماری منتقل می شود؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۳}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱۱}{۴۰}$ ۴) $\frac{۷}{۴۰}$

$\left(\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۰}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۳}{۴}\times\frac{۲۰}{۱۰۰}\right)=\frac{۷}{۴۰}$

۱۴۳-احتمال رشد یک بذر ۸۰٪ درصد است اگر ۴ بذر کاشته شود احتمال این که حداقل ۳ بذر رشد کند چقدر است ؟

۱) $\frac{۳۸}{۱۰۸}$ ۲) $\frac{۲۹}{۱۰۹}$ ۳) $\frac{۲۱۱}{۱۰۱۱}$ ۴) $\frac{۲۱۳}{۱۰۴}$

$\binom{۴}{۳}\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۳}\left(۱-\frac{۸}{۱۰}\right)^{۱}+\binom{۴}{۴}\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۴}\left(۱-\frac{۸}{۱۰}\right)^{۰}=\frac{۲^{۱۳}}{۱۰^{۴}}$

۱۴۴- احتمال عملکرد مفید یک واکسن برابر $\frac{۱}{۴}$ است اگر به ۳ فرد با شرایط یکسان تزریق شود با کدام احتمال فقط در مورد دو نفر از این سه نفر عملکرد مفید است ؟

۱) $\frac{۹}{۶۴}$ ۲) $\frac{۱۱}{۶۴}$ ۳) $\frac{۳۲}{۶۴}$ ۴) $\frac{۴۸}{۶۴}$

$\binom{۳}{۲}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲}\left(۱-\frac{۱}{۴}\right)^{۱} \Rightarrow ۳\times\frac{۱}{۱۶}\times\frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۹}{۶۴}$

۱۴۵-آزمایشی فقط دو نتیجه شکست و پیروزی دارد احتمال موفقیت ۸۰٪ درصد است اگر x تعداد پیروزی ها در ۱۰ بار تکرار این آزمایش باشد $p(0 < x < 10)$ کدام است؟

۱) $\frac{1+2^5}{5^{10}}$ ۲) ۱ ۳) $1-\left(\frac{1+4^{10}}{5^{10}}\right)$ ۴) $\frac{512}{5^{10}}$

$p=\frac{4}{5}$ و $q=\frac{1}{5}$ ⟶ $p(0<x<10)=1-p(x=0)-p(x=10)=$ نزدیک ۳

۱۴۶-تیر اندازی ۲۵٪ از تیرها یش به هدف می خورد با کدام احتمال چهارمین تیر او اولین تیری است که به هدف اصابت می کند؟

۱) $\frac{27}{256}$ ۲) $\frac{27}{64}$ ۳) $\frac{4}{27}$ ۴) $\frac{26}{27}$

۳ تیر اصابت نمی کند

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{27}{256}$

۱۴۷-چهار وجه مکعبی را قرمز و دو وجه آن را آبی کرده ایم در پرتاب ۵ مرتبه این مکعب احتمال آنکه حداقل یک بار وجه قرمز بیاید کدام است؟

۱) $\frac{80}{81}$ ۲) $\frac{242}{243}$ ۳) $\frac{26}{27}$ ۴) $\frac{215}{216}$

$p=\frac{2}{3}$ و $q=\frac{1}{3}$ ⟹ $p(x\geq 1)=1-p(x=0)=\frac{242}{243}$

۱۴۸-در یک اداره ۵۸ درصد مرد و بقیه زن می باشند . اگر ۶۵ درصد از مردان و ۸۰ درصد زنان متاهل باشند با چه احتمالی یک فرد انتخاب شده از این اداره متاهل است؟

۱) $\frac{693}{1000}$ ۲) $\frac{752}{1000}$ ۳) $\frac{672}{1000}$ ۴) $\frac{713}{1000}$

$p(\text{متاهل و زن})$ یا $(\text{متاهل و مرد}) = 0/713$

۱۴۹- احتمال آنکه تعداد فرزندان دختر یک خانواده ۵ فرزندی از سه تا بیشتر باشد کدام است؟

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{3}{16}$ ۳) $\frac{7}{16}$ ۴) $\frac{9}{16}$

$\frac{\binom{5}{4}}{2^5}+\frac{\binom{5}{5}}{2^5}=\frac{3}{16}$

۱۵۰- در پرتاب نوعی سکه احتمال آمدن رو به پشت $\frac{2}{3}$ می باشد احتمال آنکه در ۳ بار پرتاب ۲ بار رو بیاید کدام است؟

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{4}{27}$ ۳) $\frac{12}{125}$ ۴) $\frac{36}{125}$

$\frac{\text{رو}}{\text{پشت}}=\frac{2}{3}$ ⟶ $\begin{cases} p(\text{رو})=\frac{2}{5} \\ p(\text{شکست})=\frac{3}{5} \end{cases}$ ⟶ $p(x=2)=\frac{36}{125}$

روز هفتم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نست ها در این برگه بنویسید:

مفهوم حد: شرط وجود حد : حد چپ = حد راست

حد توابع قدر مطلق و رایدکالی و دردسر سازهای حد: هرگاه قدر مطلق دیدیم تعیین علامت می کنیم.
هرگاه جز صحیح دیدیم به عدد تبدیل می کنیم.

انواع رفع ابهام ها :

$\frac{0}{0}$ ← هم ارزی ← ۱) هرگاه ۲ کسر از هم کم می شد مخرج مشترک می گیریم.
۲) مزدوج گیری ها وقتی $x \to 0$ بود جمله توان کمتری ماند

حد بی نهایت ← $\frac{+a}{0^+}=+\infty$, $\frac{+a}{0^-}=-\infty$ و $\frac{-a}{0^+}=-\infty$ و $\frac{-a}{0^-}=+\infty$

$x \to \infty$ ← هم ارزی برنولی

$$\lim \frac{ax^n+bx^{n-1}+\dots+c}{a'x^m+b'x^{m-1}+\dots+c'} = \begin{cases} \frac{a}{a'} & n=m \\ \infty & n>m \\ 0 & n<m \end{cases}$$

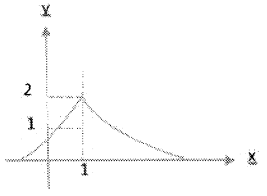
پیوستگی

حد چپ = حد راست = مقدار تابع

در چند ضابطه ای فقط نقطه شکستی چک می کنیم.

نکته: اگر به رابطه به ما دیدیم و سؤال a را می خواست جواب هر مقدار a است
و اگر به رابطه تناقض دیدیم و سؤال a را می خواست جواب هیچ مقدار a است.

۱۵۱- اگر شکل زیر مربوط به تابع $f(x)$ باشد ، حاصل $\lim\limits_{x\to 1^{2}} \frac{|f(x)-2|}{2f^{2}(x)-8}$ کدام است؟



۱) $\frac{-1}{6}$　　۲) $\frac{1}{6}$　　۳) $\frac{1}{8}$　　۴) $\frac{-1}{8}$

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{|f(x)-2|}{2f^{2}(x)-8} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{-1}{2(2+2)} = \frac{-1}{8}$

۱۵۲- اگر تابع f در $x=2$ دارای حد باشد و $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3f(x)+4}{f(x)+1} = 5$ حاصل $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$　　۲) $\frac{-1}{2}$　　۳) صفر　　۴) -1

$\lim\limits_{x\to 2} 5f(x)+5 = \lim\limits_{x\to 2} 3f(x)+4 \longrightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x) = -\frac{1}{2}$

۱۵۳- مجموع حد چپ و راست تابع $f(x)=\left[\frac{x}{5}\right]+\left[\frac{-x}{3}\right]$ در $x=15$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) -4　　۳) -5　　۴) -6

$\lim\limits_{x\to 15^{+}} f(x) = -3 \;,\; \lim\limits_{x\to 15^{-}} f(x) = -3 \;,\; (-3)+(-3) = -6$

۱۵۴- حاصل $\lim\limits_{x\to (\frac{1}{20})^{-}} \left[\frac{1}{x}\right]$ کدام است؟

۱) ۱۹　　۲) -19　　۳) ۲۰　　۴) ۲۱

$0<x<\frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{x}>20 \longrightarrow \lim\limits_{x\to (\frac{1}{20})^{-}} [20^{+}] = 20$

۱۵۵- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} ax\left[\frac{1}{x}\right] & x\geq \frac{1}{2} \\ \cos\frac{\pi x}{2} & x<\frac{1}{2} \end{cases}$ در $x=\frac{1}{2}$ حد داشته باشد ، a کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　۳) $2\sqrt{2}$　　۴) $\sqrt{2}$

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^{+}} ax\left[\frac{1}{x}\right] = \frac{a}{2} \;,\; \lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^{-}} \cos\frac{\pi x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2}$

۱۵۶- اگر $f(x)=\cos^{2}x-\sin^{2}x$ ، $g(x)=\sin x\cos x$ ، کدام است ؟ $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{2}f(x)\times g(x)}{f^{2}(x)+2}$

۱) $\frac{\sqrt{3}}{18}$　　۲) $\frac{\sqrt{3}}{9}$　　۳) $\frac{1}{3}$　　۴) $\frac{1}{6}$

$f(x)=\cos 2x \;,\; g(x)=\frac{1}{2}\sin 2x \;,\; \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} f(x) = \frac{1}{2} \;,\; \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} g(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{2} f(x)\times g(x)}{f^{2}(x)+2} = \frac{1}{6}$

۱۵۷- اگر رابطه ی $۶x+۴ \le \frac{f(x)-۲}{x} \le ۴x^۲$ به ازای هر x برقرار باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \to ۲$ کدام است ؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

$\lim_{x\to۲}(۶x+۴)=۱۶$ ، $\lim_{x\to۲}۴x^۲=۱۶$ ، $\lim_{x\to۲}\frac{f(x)-۲}{x}=۱۶$ ، $\frac{L-۲}{۲}=۱۶ \Rightarrow L=۳۴$

۱۵۸- اگر حد تابع با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}\frac{bx+۳}{ax} & x<۱\\ bx^۳+ax+۲ & x\ge ۱\end{cases}$ در نقطه $x=۱$ برابر ۴ باشد ، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۵

$\lim_{x\to۱^+}f(x)=\lim_{x\to۱^+}bx^۳+ax+۲=b+a=۲$ / $\lim_{x\to۱^-}f(x)=\frac{b+۳}{a}=۴ \Rightarrow a-b=۰$

۱۵۹- اگر $f(x-۲)=\frac{x+۵}{x}$ ، آنگاه $\lim_{x\to۰}f(x)$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

$\lim_{x\to۰}f(x)=\lim_{x\to۲}f(x-۲)=\lim_{x\to۲}\frac{x+۵}{x}=\frac{۷}{۲}$

۱۶۰-حاصل $\lim_{x\to۲^-}\frac{x^۳-۸}{|x-۲|}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) -۱۲

$\lim_{x\to۲^-}\frac{x^۳-۸}{|x-۲|}=\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)}{-(x-۲)}=-۱۲$

۱۶۱- هر گاه $\lim_{x\to۰}\frac{\sqrt{ax+b}-۲}{x}=۱$ باشد ، $a-b$ کدام است ؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

$\lim_{x\to۰}\sqrt{ax+b}-۲=\sqrt{b}-۲ \Rightarrow b=۴$ ، $\lim_{x\to۰}\frac{\sqrt{ax+۴}-۲}{x}\overset{H\circ P}{\Rightarrow}a=۴$

۱۶۲- اگر به ازای هر $x \in R$ داشته باشیم $\left|\frac{۱}{۲}f(x)-۲\right| \le \sin x-\frac{۱}{۲}$ حاصل $\lim_{x\to\frac{\pi}{۶}}f(x)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۴ ۴) ۴

جواب ۴

$۰ \le \left|\frac{۱}{۲}f(x)-۲\right| \to \lim_{x\to\frac{\pi}{۶}}۰ \le \lim_{x\to\frac{\pi}{۶}}\left|\frac{۱}{۲}f(x)-۲\right| \le \lim_{x\to\frac{\pi}{۶}}\sin x-\frac{۱}{۲}=۰ \to$

۱۶۳- حاصل حد کسر $\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{\cot\alpha-\cot\beta}$ وقتی $\alpha \to \beta$ کدام است؟

۱) $\tan^۲\beta$ ۲) $-\tan^۲\beta$ ۳) $\cot^۲\beta$ ۴) $-\cot^۲\beta$

$\lim_{\alpha\to\beta}\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{\frac{۱}{\tan\alpha}-\frac{۱}{\tan\beta}}=-\tan^۲\beta$

۱۶۴-اگر $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ باشد حاصل حد $\lim_{x\to(-1)^+} fof(x)$ کدام است؟

۱) صفر　۲) ۱　۳) ۱−　۴) ۲−

$fof(x)=\sqrt{1-f^2(x)}=\sqrt{1-(\sqrt{1-x^2})^2}=|x|$

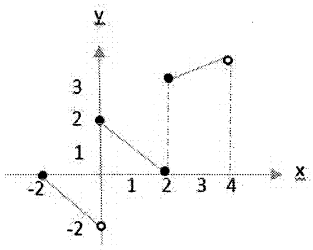
۱۶۵-حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x^3+x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^3+8x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$　۲) $\frac{-1}{3}$　۳) $\frac{1}{8}$　۴) $\frac{-1}{8}$

$\frac{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x}\,(1+\sqrt[3]{x^2+1})}=\frac{1}{2}$

۱۶۶- اگر نمودار $y=f(x)$ به شکل زیر باشد مقدار $f(2\lim_{x\to 2^-} f(x))$ کدام است؟

۱) ۲−　۲) ۲　۳) صفر　۴) ۳



$x\to 2^-$ ، $f(x)=0$ ⟶ $f(2f(x))=f(0)=2$

۱۶۷-حاصل $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}-1}{\sin x-1}$ کدام است؟

۱) ۱　۲) ۱−　۳) $\frac{1}{2}$　۴) $\frac{-1}{2}$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}-1}{\sin x-1}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}-1}{(\sqrt{\sin x}-1)(\sqrt{\sin x}+1)}=\frac{1}{2}$

۱۶۸- حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x\sin\frac{x}{2}}$ کدام است؟

۱) ۱-　۲) ۱　۳) ∞　۴) ∞−

$\frac{\frac{x^2}{2}}{x\sin\frac{x}{2}}=\frac{\frac{x^2}{2}}{\frac{x^2}{2}}=1$　(هم ارزی)

۱۶۹- حاصل حد کسر $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[\frac{1}{\sin 2x}\right]$ کدام است؟

۱) ۱-　۲) ۲-　۳) صفر　۴)ندارد

$\left[\frac{1}{\sin 2x}\right]=\left[\frac{1}{(-1)^+}\right]=\left[(-1)^-\right]=-2$

۱۷۰- حاصل $\lim_{x\to 2^+} \frac{(-1)^{[x]}(\frac{2}{x}-1)}{x-[x]}$ کدام است؟

۱) $+\infty$　　۲) $\frac{-1}{2}$　　۳) $\frac{1}{2}$　　۴) صفر

۱۷۱- حاصل $\lim_{x\to 2^-} (x+2)\left[\frac{1}{x+2}\right]$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) ۱-　　۳) ۱　　۴) ۲

۱۷۲- اگر $\lim_{x\to 0} \frac{sinkx}{tan2x.coskx} = 3$ باشد ، مقدار k کدام است؟

۱) ۱　　۲) ۳　　۳) ۶　　۴) ۹

۱۷۳- حاصل $\lim_{x\to \pm\infty} x^2\left(1-\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$　　۲) $\frac{-3}{2}$　　۳) ۳-　　۴) ۳

۱۷۴- حاصل $\lim_{x\to (\frac{3\pi}{4})^-} \frac{1+tanx}{1+cotx}$ کدام است؟

۱) ۱-　　۲) ۱　　۳) $+\infty$　　۴) $-\infty$

۱۷۵- مجموع حد چپ و راست تابع $f(x)=\frac{x^2+2|x|}{x-[x]}$ در $x=0$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$　　۲) ۱　　۳) $\frac{3}{2}$　　۴) ۲

۱۷۶- حاصل $\lim_{x\to 3^+} \frac{\sqrt{x^2-9}+x-3}{\sqrt{4x-12}+\sqrt{x^2-9}}$ کدام است؟

۱) ۰　　۲) $\sqrt{6}$　　۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۷۷- حاصل $\lim_{x\to ۱۰}\frac{۵-\sqrt{۳x-۵}}{\sqrt{۱۰}-\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$　۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$　۳) $\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}$　۴) $\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$

هوپیتال $\frac{۰}{۰}$ ⟵ $\lim \frac{\frac{-۳}{۲\sqrt{۳x-۵}}}{\frac{-۱}{۲\sqrt{x}}} = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$

۱۷۸- حاصل $\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt[۸]{x}-۱}{x\sqrt[۳]{x}-۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۳۲}$　۲) $\frac{۱}{۳۲}$　۳) $\frac{۳}{۸}$　۴) $\frac{۳}{۶۴}$

هوپیتال $\frac{۰}{۰}$ ⟵ $\lim \frac{\frac{۱}{۸\sqrt[۸]{x^۷}}}{\frac{۴}{۳\sqrt[۳]{x}}} = \frac{۱}{۸}\times\frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۳۲}$

۱۷۹- حاصل $\lim_{x}\frac{۱-\cos x^۲}{۱-\sqrt{۱+x^۴}}([۳x]+[-۳x])$ کدام است ؟([] جز صحیح است)

۱) ۵-　۲) صفر　۳) ۵　۴)ندارد

$[۳x]+[-۳x]=\begin{cases}۰ & x\in Z\\ -۱ & x\notin Z\end{cases}$ ، $\lim \frac{۱-\cos x^۲}{۱-\sqrt{۱+x^۴}}(-۱) = \overset{\text{صفر دوم مخرج}}{۵}$

۱۸۰-حاصل $\lim_{x\to ۰^+}\frac{\sqrt[۳]{x}}{\sqrt{x}}$ کدام است ؟

۱) صفر　۲) ۱　۳) $+\infty$　۴) $-\infty$

$\lim \frac{\sqrt[۳]{x}}{\sqrt{x}} = \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$

۱۸۱- اگر $\lim_{x\to -۵}\frac{ax+۵a}{۱-\sqrt{۳x+۱۶}} = ۶$ آنگاه α کدام است ؟

۱) ۹　۲) ۹-　۳) ۶　۴) ۶-

$\lim \frac{۹x+۵۹}{۱-\sqrt{۳x+۱۶}} = ۶$ ⟵ Hop ⟵ $\frac{۹}{-\frac{۳}{۲}} = ۶ \Rightarrow a=-۹$ ، $x\to -۵$

۱۸۲- حاصل $\lim_{x\to ۱^+}\frac{\tan ۳\pi x}{|x^۲-۱|}$ کدام است ؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$　۲) $\frac{\pi}{۲}$　۳) $\frac{-۳\pi}{۲}$　۴) $\frac{-\pi}{۲}$

هوپیتال ⟵ $\frac{۳\pi(۱+\tan^۲ ۳\pi x)}{۲x} = \frac{۳\pi(۱+۰)}{۲} = \frac{۳\pi}{۲}$

۱۸۳- حاصل $\lim_{x\to -۱}\frac{۱}{x+۱}\left(\frac{۱}{۲x+۱}-\frac{۱}{۲x+۲}\right)$ کدام است ؟

۱) $-\infty$　۲) ۱-　۳) ۱　۴) $+\infty$

$\lim \frac{۱}{x+۱}\left(\frac{x+۱}{(۲x+۲)(۲x+۱)}\right) = \lim \frac{۱}{(۲x+۲)(۲x+۱)} = ۱$ ، $x\to -۱$

۱۸۴- در بازه ی $[\frac{۷}{۸},\frac{۱}{۸}]$همواره $g(x)\le f(x)\le \frac{\cos\pi x}{۴x^۲-۱}$ و $\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\left(\frac{\cos\pi x}{۴x^۲-۱}-g(x)\right)$ حاصل $\lim_{x\to\frac{۱}{۲}} f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{-\pi}{۴}$　　۲) $\frac{\pi}{۴}$　　۳) $-\pi$　　۴) π

۱۸۵-حاصل $\lim_{x\to۰}\frac{۳x^۴-۹x^۲-\sin\frac{x}{۲}}{۳\sin x-\tan\frac{x}{۳}}$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) $\frac{۸}{۳}$　　۳) $\frac{-۳}{۱۶}$　　۴) $\frac{-۴}{۳}$

۱۸۶- حاصل حد $\lim_{x\to۰}\frac{\sqrt{\cos۲x}-\sqrt{\cos\frac{x}{۲}}}{x^۳+۴x^۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$　　۲) $\frac{-۳}{۴}$　　۳) $\frac{۱۵}{۶۴}$　　۴) $\frac{-۱۵}{۶۴}$

۱۸۷-حاصل $\lim_{x\to۰}\frac{۲x^۲+۱-\cos x+x^۴}{x^۲-۱+\cos۴x+x^۳}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$　　۲) صفر　　۳) ۱　　۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۸۸- حاصل $\lim_{x\to۰^-}\frac{x-\tan۲x}{\sqrt{۱-\cos x}}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$　　۲) $\sqrt{۲}$　　۳) $-۲\sqrt{۲}$　　۴) $-\sqrt{۲}$

۱۸۹- حاصل $\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^۲+x-۱}-\sqrt{x^۲-۳x+۴}}{-۲x+۴+\sqrt[۳]{۸x^۳+۶x^۲-۱}}$ کدام است؟

۱) صفر　　۲) $\frac{۴}{۳}$　　۳) $\frac{-۴}{۹}$　　۴) -۳

۱۹۰- اگر حد $\frac{x^n+۲x^۲+۱}{۴x^n+۷x^۲-۶}$ وقتی $x\to\pm\infty$ برابر $\frac{۳}{۱۱}$ باشد، n کدام است؟

۱) $n<۲$　　۲) $n>۲$　　۳) $n=۲$　　۴) $n=۱$

۱۹۱- اگر حاصل حد کسر $\frac{(۲a-۴)(۳x+۲)}{(۳-a)(۶x-۱)}$ وقتی $x \to \infty$ برابر ۲ باشد ، a کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{-۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۸}{۳}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(۲a-۴)(۳x)}{(۳-a)(۶x)} = \frac{۲a-۴}{۶-۲a} = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

۱۹۲- اگر $\lim_{x\to\infty}\left(۵x + \frac{ax^۳+bx^۲}{x^۲+۱}\right)$ آنگاه $a+b$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۴-

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{۵x^۳+۵x+ax^۳+bx^۲}{x^۲+۱}\right) = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a+۵=۰ \to a=-۵ \\ b=۴ \Rightarrow b=۴ \end{cases}$$

۱۹۳- در تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{۲-\sqrt{x^۲+۳}}{ax^n+۱}$، اگر $\lim_{x\to+\infty} f(x) = ۱$ باشد آنگاه $\lim_{x\to۱} f(x)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{-۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)) \sim \lim_{x\to+\infty}\frac{-|x|}{ax^n} = ۱ \to \begin{cases} a=-۱ \\ n=۱ \end{cases} \to \text{حد با Hop} = \frac{۱}{۲}$$

۱۹۴- حاصل $\lim_{x\to\frac{۱}{۲}} tan\pi x sin(۲x-۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{+\pi}{۲}$ ۲) $\frac{-۲}{\pi}$ ۳) π ۴) -۲π

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{sin(۲x-۱)}{cot\pi x} = \frac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۲cos(۲x-۱)}{-\pi(۱+cot^۲\pi x)} = \frac{-۲}{\pi}$$

۱۹۵- حاصل $\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x+\sqrt{x^۲+x+۱}+\sqrt{x+۲}}{۲x+\sqrt{x+۴}}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{۵x+|x|}{۲x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{۵x+x}{۲x} = ۳$$

۱۹۶- حاصل $\lim_{x\to(-۳)^-}\left(\frac{۶x}{x^۲-۹}+\frac{x}{x+۳}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{-۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۱-

$$\lim_{x\to(-۳)^-} f(x) = \text{مبهم} \to \text{مخرج مشترک} = \lim_{x\to(-۳)^-}\frac{x(x+۳)}{(x-۳)(x+۳)} = \frac{۱}{۲}$$

۱۹۷- اگر $\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{ax+۳}{(x+۱)^۲} = +\infty$ آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $a<۳$ ۲) $a>۳$ ۳) $a>-۱$ ۴) $a>-۳$

$$\lim_{x\to-۱^-}\frac{ax+۳}{(x+۱)^۲} = \lim_{x\to-۱^-}\frac{-a+۳}{۰^+} = +\infty \to -a+۳>۰ \to a<۳$$

۱۹۸-تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}\frac{x^{۳}-۱}{x^{۲}-\sqrt{x}} & x>۱\\ ax^{۲}+x+۴ & x\le ۱\end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x=۱$ پیوسته است؟

۱) $\frac{-۱}{۵}$ ۲) $\frac{-۱۴}{۵}$ ۳) $\frac{-۱۷}{۵}$ ۴) $\frac{-۱۹}{۵}$

$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=f(۱)=a+۱+۴=a+۵$ / $\lim_{x\to ۱^+} f(x)\overset{H\circ P}{=}\frac{۶}{۵} \Rightarrow a+۵=\frac{۶}{۵}$ ☺

۱۹۹-تابع با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}\frac{\tan^{۲}x}{۱-\cos x} & x>۰\\ a\cos\left(x+\frac{\pi}{۳}\right) & x\le ۰\end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x=۰$ پیوسته است ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) ۱

$a\cos\left(۰+\frac{\pi}{۳}\right)=f(۰)=\frac{a}{۲}$ و $\lim \frac{x^{۲}}{\frac{x^{۲}}{۲}}=۲ \rightarrow \frac{a}{۲}=۲$

۲۰۰-اگر تابع $f'(x)=\begin{cases}۲x & x\ge ۰\\ nax^{n-۱}-۲\cos x & x<۰\end{cases}$ در $x=۰$ پیوسته باشد، a کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) موجود نیست ۴) -۲

$f'(x)=\begin{cases}۲x & x\ge ۰\\ nax^{n-۱}-۲\cos x & x<۰\end{cases} \rightarrow a-۲=۰ \Rightarrow a=۲$

روز هشتم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روی جزوه و نشست ها در این برگه بنویسید:

دنباله حسابی: اختلاف هر ۲ جمله ثابت است.

جمله عمومی: $a_n=a_۱+(n-۱)d$

مجموع n جمله: $S_n=\frac{n}{۲}\left[۲a_۱+(n-۱)d\right]$

نکات:

دنباله هندسی: حاصل تقسیم هر ۲ جمله مقداری است ثابت.

جمله عمومی: $a_n=a_۱q^{n-۱}$

مجموع n جمله: $S_n=\frac{a_۱}{۱-q}$ ← $|q|<۱$ ، $S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$ ← $|q|>۱$

حد دنباله ها ؛ زود دنباله ها: $\log n < n < n^2 < n^3 < \dots < 2^n < 3^n < \dots < n! < n^n$

جبری — نمایی

برای پیدا کردن همگرایی باید حد دنباله وقتی $n \to \infty$ می رود عدد شود.

نکات :

کران : ——

مجانب و انواع آن:

مجانب قائم ← ریشه مخرجی که کسرا صفر نکند.

مجانب افقی ← اگر صورت و مخرج هم درجه بود و حد در بی نهایت عدد بود آن عدد مجانب افقی است.

مجانب مایل ← ۱) استفاده از فرمول ۲) برسولی — در زمانی که حد در بی نهایتی نداشته باشیم

۲۰۱-دنباله $\left\{\frac{3n-1}{n-4}\right\}$ چند جمله منفی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

$n=1 \to \frac{2}{-3}$ ، $n=2 \to \frac{5}{-2}$ ، $n=3 \to \frac{8}{-1}$ ، $n=4$ و $n=5$ و $n=6$ و ...

۲۰۲- دنباله $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & n = 2k \\ \frac{1}{n^2} & n = 2k+1 \end{cases}$ چه دنباله ای است؟

۱) همگرا و صعودی ۲) همگرا و نزولی

۳) هم صعودی و هم نزولی و واگرا ۴)نه صعودی و نزولی و همگرا

نمیدانیم $\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{9}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ صعودی یا نزولی

$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$

۲۰۳-کوچک ترین جمله دنباله $a_n = 5n^2 - 21n + 4$ چقدر است؟

۱) -۱۸ ۲) -۱۶ ۳) -۱۴ ۴) -۸

$a_3 = -18$ ، $a_4 = -14$ / $n = \frac{-b}{2a} = \frac{21}{10} = 2.1$

۲۰۴-رابطه $u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$ بین جملات یک دنباله برقرار است اگر $(u_1=u_2=1)$ حاصل حد $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ وقتی $n\to\infty$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$\lim \frac{u_n}{u_{n-1}}=\lim \frac{u_{n-1}}{u_{n-2}}=L \Rightarrow \lim \frac{u_n}{u_{n-1}}=\lim \frac{u_{n-1}+u_{n-2}}{u_{n-1}}=1+\frac{1}{L}=L \Rightarrow L=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

۲۰۵-در دنباله $u_n=\frac{n^2}{n^2+4}$ ، اگر $|u_n-1|<\frac{4}{100}$ باشد کوچک ترین مقدار n کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

$\left|\frac{n^2}{n^2+4}-1\right|<\frac{4}{100} \to \frac{4}{n^2+4}<\frac{4}{100} \Rightarrow n^2+4>100 \Rightarrow n^2>96 \Rightarrow n>10$

۲۰۶- چند تا از دنباله های $a_n=\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}, b_n=\frac{2^n+(-1)^n}{n^{10}}, c_n=\frac{\cos n\pi}{n}$ همگرا هستند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

$\lim a_n=\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}=0$ همگرا $\lim b_n=\frac{2^n}{n^{10}}=\infty$ واگرا $\lim c_n=\frac{\pm 1}{\infty}=0$ همگرا

۲۰۷-دنباله ی $u_n=\frac{1}{2+\left[\frac{-1}{n}\right]}$ همگرا است به :

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) $\frac{-1}{2}$

$\lim u_n=\frac{1}{2+\left[\frac{-1}{\infty}\right]}=\frac{1}{2+[0^-]}=1$

۲۰۸- دنباله $a_n=\{\sqrt{n^2+6n}-\sqrt{n^2+4n+1}\}$ به کدام عدد همگرا است ؟

۱) ۱ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۶

$\lim a_n=\left(n+\frac{6}{2\alpha 1}\right)-\left(n+\frac{4}{2\alpha 1}\right) \Rightarrow \lim a_n=3-2=1$

۲۰۹-کدام یک از دنباله های زیر همگرا است ؟

۱) $\left\{\frac{2n+1}{\sqrt{n}+1}\right\}$ ۲) $\left\{\log\frac{1}{n+2}\right\}$

۳) $\left\{\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n+1}\right\}$ ۴) $\left\{\left(\frac{2n+1}{2n+4}\right)^n\right\}$

$\lim\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n+1}=e^2$ همگرا است

۲۱۰-کدام دنباله نزولی است ؟

۱) $\left\{sin\frac{\pi}{n}\right\}$ ۲) $\{n^2-8n+1\}$

۳) $\left\{\frac{2n+1}{3n-7}\right\}$ ۴) $\left\{\log\frac{1}{n}\right\}$ همواره نزولی

۲۱۱-کدام دنباله فقط از پایین کران دار است ؟

۱) $\left\{\frac{n+2}{3n+1}\right\}$ ۲) $\left\{cos\frac{n\pi}{2}\right\}$ ۳) $\left\{\frac{n}{2n^2-3}\right\}$ ۴) $\left\{\frac{n^2+1}{n+2}\right\}$

۲۱۲-کدام دنباله از بالا و پایین کران دار و نزولی است؟

۱) $u_n=\frac{2^n}{n}$ ۲) $u_n=cosn\pi$ ۳) $u_n=\frac{n^2+2}{n^2+1}$ ۴) $u_n=\frac{n^2+2}{n^2+3}$

۲۱۳-دنباله ی $\left\{\sqrt{n+1}-\sqrt{n+3}\right\}$:

۱) صعودی و کران دار ۲)نزولی – بی کران

۳)صعودی بی کران ۴) نزولی کران دار

۲۱۴-دنباله $\left\{\left[100\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right]\right\}$ به چه عددی همگرا است؟[] علامت جز صحیح می باشد

۱) ۲۷۰ ۲) ۲۷۱ ۳) ۲۷۲ ۴) ۲۷۳

۲۱۵-دنباله ی $a_n=\left\{\frac{(-1)^n}{n+1}\right\}$

۱) کران دار و صعودی است ۲) کران دار و نزولی است ۳) کران دار نیست ۴)کران دار است

۲۱۶- در مورد دنباله $\left\{(-1)^n.\sqrt{n+1}\right\}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) نه کران بالا دارد و نه کران پایین ۲) فقط کران بالا دارد

۳) فقط کران پایین دارد ۴) هم کران بالا و هم کران پایین دارد

۲۱۷- یک دنباله ی حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت dمفروض است . اگر $4a_1^2 - d^2 = 30$ باشد و مجموع پنج جمله ی اول آن از یک سوم مجموع پنج جمله ی بعدی آن ۱۰ واحد بیشتر باشد ، جمله اول آن کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۷۵

$S_5 = \frac{1}{3}(S_{10} - S_5) + 10 \rightarrow 3S_5 = S_{10} - S_5 + 30 \rightarrow 4S_5 = S_{10} + 30$

$\rightarrow 2a_1 - d = 6 \ , \ 2a_1 + d = 5 \longrightarrow a_1 = 2/75$

۲۱۸- جملات سوم و نهم از یک دنباله حسابی به ترتیب ۲و ۲۰ است. مجموع ده جمله اول چقدر است؟

۱) ۹۰ ۲) ۹۳ ۳) ۹۵ ۴) ۱۰۱

$a_3 = 2 \ , \ a_9 = 20 \longrightarrow a_1 = -4 \ , \ S_{10} = \frac{10}{2}(2(-4) + (10-1)(3)) = 95$

۲۱۹- در یک دنباله عددی جمله پنجم نصف جمله دوم است مجموع چند جمله اول، از این دنباله صفر است ؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۷ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

$a_5 = \frac{1}{2}a_2 \rightarrow a_1 + 4d = \frac{1}{2}(a_1 + d) \Rightarrow a_1 = -7d \ / \ S_n = -15d = -nd \rightarrow n = 15$

۲۲۰- اگر مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی $S_n = \frac{5n^2 + bn}{2}$ باشد حاصل $a_{n+2} - a_{n-4}$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰

$\text{قدرنسبت} = n^2 \longrightarrow d = 2\left(\frac{5}{2}\right) = 5 \ , \ a_{n+2} - a_{n-4} = 6d = 30$

۲۲۱- حاصل عبارت $A = (1 + x + x^2 + \cdots + x^6)(1 - x + x^2 - \cdots + x^6)$ به ازای $x = -\sqrt{2}$ کدام است ؟

۱) ۱۲۸ ۲) ۱۲۷ ۳) ۶۳ ۴) ۶۴

$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} a_1 = 1 \\ q = -2 \\ n = 7 \end{matrix}\right\} , \left\{\begin{matrix} a_1 = 1 \\ q = 2 \\ n = 7 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1(1-(-2)^7)}{1-(-2)} + \frac{1(1+2^7)}{1+2} \Rightarrow A = 127$

۲۲۲-در یک دنباله هندسی حد مجموع جملات آن $\frac{27}{2}$ و جمله دوم آن برابر ۳ می باشد. قدر نسبت چقدر است؟

۱) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ ۲) $\pm\frac{1}{3}$ ۳) $\pm\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{27}{2} \ , \ a_2 = a_1 q = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{q} \Rightarrow \frac{\frac{3}{q}}{1-q} = \frac{27}{2} \Rightarrow q = \frac{9 \mp 3}{18}$

۲۲۳-در یک تصاعد هندسی با قدر نسبت $\sqrt[3]{5}$ مجموع شش جمله اول چند برابر مجموع ۳ جمله اول است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

$q = \sqrt[3]{5} \longrightarrow \frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n \longrightarrow \frac{S_6}{S_3} = 1 + (\sqrt[3]{5})^3 = 6$

۲۲۴-در یک تصاعد هندسی نزولی نامحدود جمله اول برابر با $\{\frac{1}{3}\}$ مجموع جملات بعدی است ، جمله اول چند برابر جمله سوم است؟

۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{17}{9}$ ۳) $\frac{19}{9}$ ۴) $\frac{25}{9}$

$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow \frac{a_1}{\frac{2}{3}} \quad , \quad a_1 = \frac{1}{3}(a_2 + a_3 + \dots) \Big/ q = \frac{3}{4} \quad , \quad \frac{a_1}{\frac{2}{3}} = \frac{16}{9}$

۲۲۵-اوساط اضلاع مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۶ را به هم وصل می کنیم تا مثلث جدیدی ایجاد شود؛ این کار را ادامه می دهیم حد مجموع مساحت های مثلث های متساوی الاضلاع ایجاد شده کدام است ؟

۱) $12\sqrt{3}$ ۲) $9\sqrt{3}$ ۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}(6)^2}{4} = 9\sqrt{3} \quad , \quad S_n = \frac{9}{1-\frac{1}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{\frac{3}{4}} = 12\sqrt{3}$

روز نهم: خلاصه نکات و فرمول ها را از رو جزوه و نست ها در این برگه بنویسید:

فرمول های کلی مشتق:

۱) $\omega^n \xrightarrow{y'} n\omega^{n-1}\alpha\omega'$ ۲) $\sqrt{\omega} \xrightarrow{y'} \frac{1}{2\sqrt{\omega}}\alpha\omega'$

۳) $\frac{a}{\omega} \xrightarrow{y'} \frac{-a}{\omega^2}\alpha\omega'$ ۴) $\frac{a\omega+b}{c\omega+d} \xrightarrow{y'} \frac{ad-bc}{(c\omega+d)^2}\alpha\omega'$

۵) $e^\omega \xrightarrow{y'} \omega' e^\omega$ ۶) $\ln\omega \xrightarrow{y'} \omega'$

۷) $\omega\textcircled{\omega} \xrightarrow{y'} \omega'\textcircled{\omega} + \textcircled{\omega}\omega'$ ۸) $\frac{\omega}{\textcircled{\omega}} \xrightarrow{y'} \frac{\omega'\textcircled{\omega} - \textcircled{\omega}'\omega}{\textcircled{\omega}^2}$

تعریف مشتق:

$\lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a) \quad , \quad \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$

مشتق ضمنی و مرکب:

$[f(g(x))]' \xrightarrow{y'} g'(x) \times f'(g(x))$

مشتق ضمنی ← وقتی x و y تفکیک نشد ← $y' = -\frac{\text{مشتق نسبت به } x}{\text{مشتق نسبت به } y}$

معادله خط و زاویه منحنی:

۱- برای معادله خط باید یک نقطه و معادله را داشته باشیم.

خط مماس: $y - y_0 = m(x - x_0)$

خط قائم: $y - y_0 = \frac{-1}{m}(x - x_0)$

نکته: برای برخورد با محورها باید $y=0$ یا $x=0$ برای عرض از مبدا باید $x=0$ باشد.

سایر نکات و تکنیک های مشتق گیری:

مشتق مراتب بالا :
دو نمودار بر هم مماس شوند :
مشتق عامل صفر شونده :
۲ هنگ متوسط و لحظه ای :

۲۲۶- اگر $f'(۲) = ۵$ حاصل $\lim_{h\to ۰} \frac{f(۲+۳h)-f(۲)}{h}$ کدام است ؟

۱) ۱۵ ۲) ۶ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) ۳۰

۲۲۷- اگر $f(x) = x\tan\frac{\pi x}{۳}$ باشد حاصل $\lim_{h\to ۰} \frac{f(۱+۲h)-f(۱-۳h)}{۱۰h}$ کدام است ؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}+۲\pi}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}+\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}+\frac{۲\pi}{۳}$

۲۲۸- آهنگ متوسط تابع $f(x) = \frac{x+۲}{x-۲}$ در بازه ی $[۳,۶]$ با آهنگ لحظه ای در کدام نقطه از بازه برابر است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۲۲۹- اگر $f(x) = x|\cos\pi x|$ مقدار $f'_+(\frac{۱}{۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{-\pi}{۲}$ ۲) $-\pi$ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) π

۲۳۰- مشتق راست تابع $f(x) = ۳x^۲[x]$ در $x = ۲$ کدام است ؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

۲۳۱- اگر $f(x) = x|x|$ باشد ، ضابطه $f''(x)$ کدام است؟

۱) ± ۲ ۲) $\frac{۲|x|}{x}$ ۳) $۲|x|$ و $x \neq ۰$ ۴) $\frac{۲}{|x|}$

۲۳۲- در تابع $f(x) = x(x-۱)(x-۲)\dots(x-۵۰)$ حاصل $f'(۰)$ کدام است؟

۱) $-۵۰!$ ۲) ۰ ۳) ۵۰ ۴) $۵۰!$

۲۳۳- در تابع $f(x)=\frac{(x^۲-x)\sqrt[۳]{x+۷}h(۳x)}{(x^۲+۵x)h(x+۲)}$ با فرض اینکه $h'(۳)$ موجود باشد مقدار $f'(۱)$ کدام است؟ $(h(۳)\neq ۰)$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{-۲}{۳}$ ۴) $\frac{-۱}{۳}$

$f'(۱)=\frac{۲\times ۲\times ۹h(۳)}{۶h(۳)}=۳$ ..... حاصل صفر شود (۳ - ۳)

۲۳۴- اگر $f(x)=\tan(x-f(x))$ و $f(۰)=۰$ حاصل $f'(۰)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

$f'(x)=(۱-f'(x))(۱+tg^۲(x-f(x)))\xrightarrow{x=۰}f'(۰)=\frac{۱}{۲}$ .....

۲۳۵- دو نقطه به طول های صفر و h، روی منحنی $y=x\cos x$ واقع هستند ، ضریب زاویه خط گذرنده بر این دو نقطه وقتی که $h\to ۰$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ∞

$A(۰,f(۰)),B=(h,f(h))\longrightarrow \lim_{h\to ۰}\frac{f(h)-f(۰)}{h-۰}=f'(۰)=۱$ .....

۲۳۶- در تابع $f(x)=|x-۱|+|x-۲|+|x-۳|+\cdots+|x-۴۰|$ حاصل مشتق در $x=\frac{۵}{۲}$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) -۱۸ ۳) ۳۶ ۴) -۳۶

$f(x)=(x-۱)+(x-۲)-(x-۳)-\cdots-(x-۴۰)\Rightarrow f(x)=-۳۷x+\cdots \Rightarrow f'=-۳۶$ .....

۲۳۷- مقدار مشتق $f(x)=\frac{x+۲\sqrt{x}}{\sqrt{x}+۲}$ در $x=\frac{۱}{۹}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{-۱}{۲}$

$f(x)=\frac{\sqrt{x^۲}+۲\sqrt{x}}{\sqrt{x}+۲}\Rightarrow f(x)=\sqrt{x}\Rightarrow f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\Rightarrow f'(\frac{۱}{۹})=۳$ .....

۲۳۸- در تابع $f(x)=\cos x.\cot x+\frac{x-\frac{\pi}{۲}}{x+\frac{\pi}{۳}}$ حاصل $f'(\frac{\pi}{۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۵\pi}$ ۲) $\frac{۳}{۵\pi}$ ۳) $\frac{۱}{۵\pi}$ ۴) $\frac{-۱}{۵\pi}$

$f'(\frac{\pi}{۲})=-\sin\frac{\pi}{۲}\times\cot\frac{\pi}{۲}+\frac{۱}{\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}}=\frac{۶}{۵\pi}$

$\cos x$ عامل صفر شونده است.

۲۳۹- اگر $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ و $g(x)=\frac{x^2-4x+4}{4x^2+4x+1}$ باشد حاصل $f''g+g'f'$ به ازای $x=\frac{1}{2}$ کدام است؟

۱) $\frac{-3}{2}$　　۲) $\frac{3}{4}$　　۳) $\frac{-3}{4}$　　۴) $\frac{3}{2}$

$f'(1)=\frac{-3}{(1-2)^2}$ ..... $\Rightarrow (f'g)'=\frac{3}{2}$

۲۴۰- اگر $g(x^3+x^2+1)=f(\sqrt{7-x})$ و $f'(3)=12$ باشد، $g'(-3)$ کدام است؟

۱) $\frac{-1}{4}$　　۲) $\frac{1}{2}$　　۳) $\frac{-1}{2}$　　۴) $\frac{1}{4}$

$g'(-3)=\frac{-1}{2\sqrt{7-(-3)}}f'(\sqrt{7-(-3)})\Rightarrow g'(-3)=\frac{-1}{4}$ ..... مشتق $=(3x^2+2x)g'(x^3+x^2+1)$

۲۴۱- اگر $y=\sin^2 u$ و $u=\frac{\pi}{6}x^3$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ وقتی $x=1$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$　　۲) $\frac{-\pi}{4}$　　۳) $\frac{-\sqrt{3}\pi}{4}$　　۴) $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$

$y=\sin^2(\frac{\pi}{6}x^3)\Rightarrow y'=2\sin(\frac{\pi}{6}x^3)\cos(\frac{\pi}{6}x^3)\times\frac{3\pi}{6}x^2=$ ..... سو بند ۴

۲۴۲- دو تابع $f(x)=x^2-2x+a$ و $g(x)=x$ بر هم مماس هستند مقدار a کدام است؟

۱) -۲،۲　　۲) -۳،۱　　۳) ۳،-۱　　۴) -۱،۱

$f(x)=g(x)$ ، $f'(x)=g'(x)\longrightarrow x=1\Rightarrow a=2$ و $x=-1\Rightarrow a=-2$

۲۴۳- خطی به معادله $y=3x+1$ ، در نقطه ی به طول (۱) بر منحنی $y=ax^2+bx$ مماس است، a کدام است؟

۱) صفر　　۲) -۱　　۳) ۱　　۴) $\frac{1}{2}$

$y=3(1)+1=4\Longrightarrow\begin{cases}f(x)=g(x)\\f'(x)=g'(x)\end{cases}\rightarrow\begin{cases}a+b=4\\2a+b=3\end{cases}$ ..... سو بند ۲

۲۴۴- معادله خط قائم بر منحنی $y=e^{(x^2-\sqrt{x})}$ در نقطه ای به طول (۱) واقع بر آن کدام است؟

۱) $y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$　　۲) $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

۳) $y=\frac{-2}{3}x-\frac{5}{3}$　　۴) $y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

$x=1\Rightarrow y=1$ ، $y'=(2x-\frac{1}{2\sqrt{x}})e^{(x^2-\sqrt{x})}\Rightarrow m=\frac{3}{2}$ ، $y=\frac{-2}{3}x+\frac{5}{3}$

۲۴۵- خط مماس بر $y=\ln|x+\cos x|$ در نقطه ی به طول صفر کدام است ؟

۱) $y=-x$　　۲) $y=\frac{1}{2}x$

۳) $y=-\frac{1}{2}x$　　۴) $y=x$

$x=0\Rightarrow y=0$ / $y'=1$ / $y-0=1(x-0)\Rightarrow y=x$ .....

۲۴۶-خط مماس بر منحنی به معادله $e^{۲x} + lny + \frac{x}{y} = ۱$ در نقطه (۰،۱) محور xها را با کدام طول قطع می کند؟

۱) ۱　　۲) -۱　　۳) $\frac{-۱}{۳}$　　۴) $\frac{۱}{۳}$

$y' = -۳$: مشتق‌گیر ..... $y - ۱ = -۳(x - ۰) \xrightarrow{y=۰} x = \frac{۱}{۳}$ .....

۲۴۷-ضریب زاویه خط مماس بر نمودار تابع $x^۲ = lny + lnx$ در نقطه (۱,e) کدام است؟

۱) $\frac{۱}{e}$　　۲) e　　۳) $\frac{-۱}{e}$　　۴) -e

..... $x^۲ - lny - lnx = ۰ \Rightarrow y' = e = \frac{-۲x + \frac{۱}{x}}{\frac{-۱}{y}}$ .....

۲۴۸- خط مماس بر $\frac{e^x}{e^y} - \sqrt{x+۱} = ۰$ در مبدا مختصات کدام است؟

۱) $y = x$　　۲) $y = -x$　　۳) $y = -\frac{۱}{۲}x$　　۴) $y = \frac{۱}{۲}x$

$T(۰,۰) \cdot e^{x-y} - \sqrt{x+۱} = ۰ \Rightarrow y' = \frac{۱}{۲}, m = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y - ۰ = \frac{۱}{۲}(x - ۰) \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x$

۲۴۹- تابع $f(x) = \begin{cases} ae^x + ۱ & x < ۰ \\ bln(x+۱) & x \geq ۰ \end{cases}$ در $x = ۰$ مشتق پذیر است، مقدار $a + b$ چقدر است؟

۱) ۲-　　۲) ۱-　　۳) صفر　　۴) ۱

$\lim_{x \to ۰^-} ae^x + ۱ = \lim_{x \to ۰^+} bln(x+۱) \Rightarrow a = -۱ \cdot f'(۰^-) = f'(۰^+) \Rightarrow a = b$ بنابراین

۲۵۰-خطوط مماس بر منحنی $y = x^۲ - xy$ در نقاط A, B واقع بر منحنی ، موازی محور Xها است .طول پاره خط کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$　　۲) $\sqrt{۲}$　　۳) $۲\sqrt{۲}$　　۴) $۲\sqrt{۵}$

$y + xy = x^۲ \Rightarrow y = \frac{x^۲}{x+۱} \cdot y' = \frac{x^۲ + ۲x}{(x+۱)^۲} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۲ \end{cases}$ ..... $\Rightarrow AB = \sqrt{۴ + ۱۶} = ۲\sqrt{۵}$

روز دهم: خلاصه نکات و فرمول ها را از روجزوه و نشست ها در این برگه بنویسید:

مفاهیم آمار: مدلسازی :　　سرشماری :　　مشکلات آن

جامعه :

روش های جمع آوری داده ها:

نکات کلیدی در تهیه پرسش نامه: ۱-سازماندهی محتوا　۲-هدف بررسی ت
۳-خودداری از اطلاعات اضافی　۴-استفاده از سؤالات واضح
۵- عدم استفاده از سؤال هدایت کننده　۶-استفاده از پرسشنامه

کاربرد نمودار ها و جدول ها:

شاخص های مرکزی:

شاخص های پراکندگی :

نکات: نکات مربوط به اضافه کردن یا ضرب کردن عدد اثر آن روی ... هاهم است.

۲۵۱- در کدام بررسی، اندازه ی نمونه برابر اندازه ی جامعه است؟

۱) نمونه تصادفی ۲) سته بندی ۳) سرشماری ۴) متغیر کیفی

گزینه ۳

۲۵۲- جمع آوری داده ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

۱) مصاحبه　۲) مشاهده　۳) انجام آزمایش　۴) پرسش هدایت کننده

پاسخ: گزینه ۴

۲۵۳- گروه خونی افراد، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟

۱) کمی پیوسته　۲) کیفی اسمی　۳) کیفی ترتیبی　۴) کمی گسسته

پاسخ: گزینه ۲

۲۵۴- نوع آلایندگی هوا چگونه متغیری است؟

۱) کمی گسسته　۲) کمی پیوسته　۳) کیفی اسمی　۴) کیفی ترکیبی دامنه ی تغییرات

پاسخ: گزینه ۳

۲۵۵- تعدادی داده ی آماری که در ۷ دسته طبقه بندی شده اند ۲۱ و مقدار مشترک دسته ی وسط ۳۶ است. کران بالای دسته ی آخر کدام است؟

۱) ۴۵　۲) ۴۶/۵　۳) ۴۷/۵　۴) ۴۸

پاسخ: $C = \frac{R}{K} = \frac{21}{7} = 3$ ، کران بالای دسته آخر $= 36 + \frac{3}{2} = 37/5$

۲۵۶- دانش آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن کشی کرده و عدد صحیح وزن آنان را یادداشت کرده ایم. چند درصد آنان کم تر از ۵۰ وزن دارند؟

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

۱) ۷۲　۲) ۷۵　۳) ۷۸　۴) ۸۰

پاسخ: مجموع فراوانی ها $= 55$ ، فراوانی کمتر از ۵۰ $= 44$ ، جواب $= \frac{44}{55} \times 100 = 80\%$

۲۵۵- اندازه ی قد ۱۲۰ دانش آموز، در جدول زیر دسته بندی شده اس. فراوانی دسته ی چهارم کدام است؟

مرکز دسته	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰
درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

جواب

۲۵۶- داده های جدول زیر، داده های آماری پیوسته است. چند درصد داده ها در فاصله ی (۲۱/۵ ، ۱۸/۵] قرار دارند؟

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۵۷- کوچک ترین و بزرگ ترین داده های آماری ۳۱ و ۵۲ می باشد. این داده ها در ۷ دسته، دسته بندی شده اند. ۳۷ درصد داده ها کم تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن ها مساوی یا بیشتر از ۴۳ می باشد. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته ی وسط کدام است؟

$$c = \frac{R}{k} = \frac{52-31}{7} = 3$$

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۲۵۸- در توزیع فراوانی داده های پیوسته، کدام نمودار مناسب است؟

۱) مستطیلی ۲) چند بر فراوانی ۳) میله ای ۴) دایره ای

۲۵۹- در یک شرکت دارویی جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره ای نشان می دهیم. زاویه ی مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

۱) ۸۴° ۲) ۹۲° ۳) ۹۶° ۴) ۱۰۵°

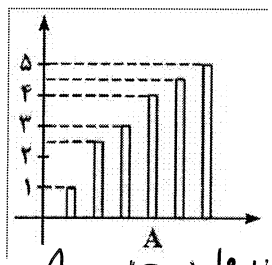
مجموع تعداد کل = ۳۰+۱۲۰+۱۸۰+۹۰+۳۰ = ۴۵۰

زاویه مربوط به ارشد = $\frac{۱۲۰}{۴۵۰} \times ۳۶۰ = ۹۶$

۲۶۰- در مقایسه ی سطح زیر کشت غله ای در شش استان، نمودار میله ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره ای، زاویه ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح دو میله ی دوم و پنجم ۰/۵ است.)

۱) ۶۴ ۲) ۷۲

۳) ۸۰ ۴) ۹۶



زاویه متناظر استان A = $\frac{۴}{۲۰} \times ۳۶۰ = ۷۲$

۲۶۱- شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده اند. در نمودار دایره ای، زاویه ی مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق رو به رو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	α	۵۴	۱۸

۱) ۵۲ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۵۸

مجموع کل = ۳۶۰° ⟹ $\alpha = ۱۱۷ \Rightarrow ۱۱۷^\circ$ = کارکنان کد ۴ / کل = ۱٪ × ۳۶۰°

تعداد کارکنان کد ۴ = ۵۲

۲۶۲- در داده های ۲۵, ۲۰, ۲۱, ۲۶, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۲۴, ۲۰, ۱۶, ۱۴, ۱۸ میانگین " داده های بزرگ تر از چارک اول و کوچک تر از چارک سوم" کدام است؟

۱) ۱۸ / ۲۵　　۲) ۱۸/۳۳　　۳) ۱۸/۶۶　　۴) ۱۸/۷۵

۱۲و۱۴و۱۴و۱۵و۱۶و۱۸و۲۰و۲۰و۲۱و۲۴و۲۵و۲۶

$Q_1 = 14/5$　　$Q_2 = 19$　　$Q_3 = 22/5$

میانگین داده های بزرگتر از چارک اول و کوچکتر از چارک سوم را می یابیم.

$$\bar{X} = \frac{15+16+18+20+20+21}{6} = 18/33$$

۲۶۳- داده های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ داده شده اند. میانگین آن ها کدام است؟

ساقه	برگ							
۸	۰	۰	۱	۲	۲	۵	۶	۷
۹	۰	۱	۲	۳	۳	۴	۵	۵
۱۰	۱	۱	۲	۲				

۱) ۹/۰۵　　۲) ۹/۰۶　　۳) ۹/۰۷　　۴) ۹/۰۸

اعداد موجود در برگ ها مقادیر داده اند.

مجموع ردیف اول = ۶۶/۴ ، ردیف دوم = ۷۲/۴ ، ردیف سوم = ۴۵/۶ $\Rightarrow \bar{X} = \frac{181/2}{20} = 9/06$

۲۶۴- در جدول فراوانی تجمعی رو به رو، میانگین داده کدام است؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

۱) ۹/۲　　۲) ۹/۳　　۳) ۹/۵　　۴) ۹/۴

مطابق جدول با تفاضل فراوانی تجمعی از هم می یابیم:

$$\bar{X} = \frac{(8\times7)+(12\times8)+(20\times9)+(24\times10)+(12\times11)}{80} = 9/2$$

۲۶۵- اگر میانگین داده های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده های $x_1+1, x_2+2, \dots, x_n+n$ کدام است؟

۱) $\bar{x}+\frac{n}{2}$　　۲) $\bar{x}$　　۳) $\bar{x}+\frac{n+1}{2}$　　۴) $\bar{x}-\frac{n+1}{2}$

جواب: $\bar{x}+\frac{n+1}{2}$ ..... چون میانگین n تا برابر $\frac{n+1}{2}$ بود کل میانگین =

۲۶۶- در داده های آماری با نمودار ساقه و برگ مقابل، واریانس داده های کم تر از مد و بیشتر از میانه، کدام است؟

ساقه	برگ					
۲	۰	۲	۳	۵	۶	۸
۳	۲	۴	۶	۷	۹	
۴	۴	۵	۵	۶		

۱) ۸/۵　　۲) ۹　　۳) ۹/۵　　۴) ۱۰

جواب: ۹/۵ ..... ۳۶,۳۷,۳۹,۴۱ = بیشتر از میانه و داده های کمتر از میانه = ۴۵ = میانه = ۱۵

۲۶۷- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده ی آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد. اگر داده های ۲۰ ، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده ی جدید کدام است؟

۱) ۹/۲۵　　۲) ۹/۳۶　　۳) ۹ / ۵۲　　۴) ۹ / ۶۳

جواب ۳ ..... میانگین ۳ داده اضافه شده = ۲۵ است چون میانگین کل نسبت به قبل تغییری نکرده

۲۶۸- در ۲۵ داده ی آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آن ها حذف شوند، واریانس داده های باقیمانده کدام است؟

۱) ۱۴ / ۷۲　　۲) ۱۴ / ۸۱　　۳) ۱۵ / ۳۳　　۴) ۱۶ / ۶۶

میانگین داده های جدید = ۳۰ چون میانگین تغییر نکرده جواب ۴

۲۶۹- واریانس ۱۱ داده ی آماری صفر است. اگر داده های ۲۴، ۲۶ و ۱۶ به آن ها اضافه شود، میانگین داده ها تغییر نمی کند. انحراف معیار ۱۴ داده ی حاصل کدام است؟

۱) ۰/۷۵　　۲) ۱/۲۵　　۳) ۱/۵　　۴) ۲

$\sigma^2 = \frac{(22-22)^2 + \dots + (22-22)^2 + (16-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2}{11+3} = 4 \Rightarrow \sigma = 2$

۲۷۰- در جدول فراوانی مقابل واریانس داده ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱) ۱۱/۷۲　　۲) ۱۱/۹۶　　۳) ۱۲/۲۴　　۴) ۱۲/۳۶

گزینه ۳

۲۷۱- در ۶۰ داده ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده های جدید کدام است؟

۱) ۰/۱　　۲) ۰/۲　　۳) ۰/۳　　۴) ۰/۴

انحراف معیار تغییر نمی کند و میانگین ۱۲ می شود. $CV_{جدید} = \frac{1/2}{12} = 0/1$

۲۷۲- در داده های آماری با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ ، اگر به هر یک از داده ها مقدار $\bar{x}$ را اضافه کنیم تا داده های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

۱) $\frac{1}{4}$　　۲) $\frac{1}{2}$　　۳) ۱　　۴) ۲

$\frac{CV_{جدید}}{CV_{قدیم}} = \frac{\frac{\sigma}{2\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{1}{2}$

۲۷۳-در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم تا داده های جدیدی حاصل شوند. ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

۱) $\frac{7}{9}$　　۲) $\frac{5}{6}$　　۳) $\frac{8}{9}$　　۴) $\frac{7}{8}$

$\frac{CV_{جدید}}{CV_{قدیم}} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3} \times \frac{\bar{x}}{\sigma} = \frac{1}{9}$

نکته: اگر از تمام داده های آماری K واحد کم کنیم از میانگین K واحد کم می شود ولی از انحراف معیار تغییر نمی کند.

x_i جدید	-۲	-۱	۰	۱	۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

$\longrightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = 0$ و $\sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 1$

۲۷۴- ضریب تغییرات داده ها در جدول فراوانی مقابل، کدام است؟ جواب بالا:

x_i	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

۱) ۰/۰۸　　۲) ۰/۱　　۳) ۰/۲　　۴) ۰/۲۵

$\bar{x}_{\text{جدید}} = \bar{x}_{\text{اولیه}} + 10 = 10$ ..... $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{10} = 0/1$

۲۷۵- میانگین محیط مربع هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع ها ۴۹۰ می باشند. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع ها، کدام است؟

۱) ۰/۲۵　　۲) ۰/۲۷　　۳) ۰/۲۸　　۴) ۰/۳۳

اگر طول اضلاع را $x_1, x_2, \ldots, x_n$ بنامیم و میانگین را $\bar{x}$ بنامیم آنگاه محیط ها $4x_1, 4x_2, \ldots, 4x_n$ خواهد بود پس داریم:

میانگین محیط ها $= 84 = 4\bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 21$ (I)

و میانگین مساحت ها $= \frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n} = 490$ (II)

$\longrightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = 490 - (21)^2 = 49 \Rightarrow \sigma = 7, CV = \frac{7}{21} = 0/33$

وسیع باش و تنها و سر به زیر و سرسخت