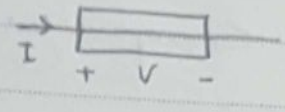
DATE: (مدار الکتریکی) SUBJECT: (فصل ۱)

۹/۱۴

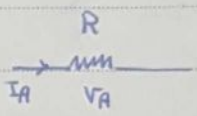
مدار: هر آرایشی از عناصر الکتریکی که حداقل یک مسیر بسته در آن وجود داشته باشد. در مدارهای الکتریکی متغیرهای اساسی مورد نظر ما در تحلیل مدار به دنبال آنها هستیم ولتاژها و جریان‌های شاخه‌های مختلف مدار هستند.

به طور کلی یک شاخه در یک مدار به صورت شکل زیر می‌باشد. به می‌توان جهت جریان‌ها و ولتاژها را به صورت اختیاری نشان داد.



المان‌های مدار:

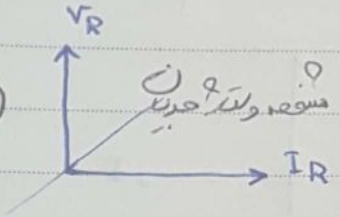
① مقاومت الکتریکی:



انواع مقاومت:

۱) مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان:

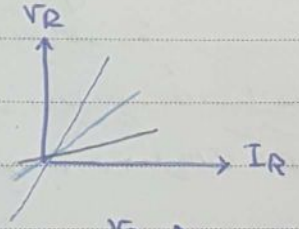
$V_R = R I_R$



شیب نمودار ولتاژ بر جریان

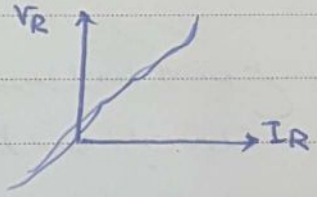
۲) مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان:

$V(t) = R(t) I(t)$

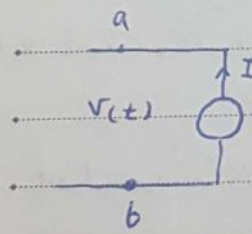


۳) مقاومت غیرخطی:

$V(t) = f(t)$



② منبع ولتاژ مستقل:



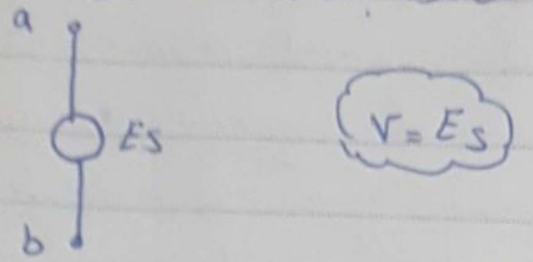
$V = E_S - r_S I$

Amin

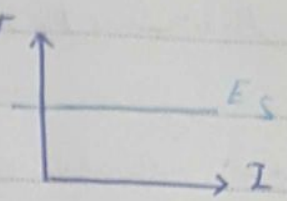
Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

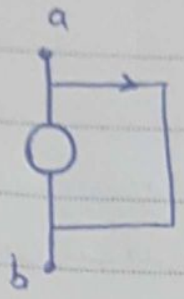
عنصری است که ولتاژ دوسرآن مجدبان که از آن می‌گذرد بستگی ندارد فقط می‌تواند تابعی از زمان باشد.



$V = E_S$



③ منبع مستقل جریان:

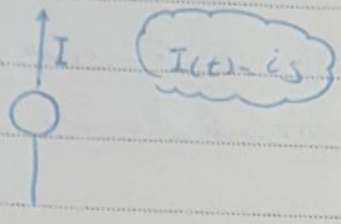


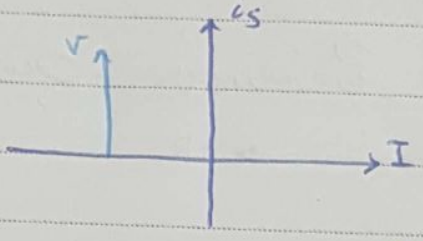
$I = I_S - I_R$

$i_R = \frac{V_R}{R}$

$I = i_S - \frac{V_R}{R}$

عنصری است که جریان آن مستقیم از ولتاژ است.





قوانین ولتاژ و جریان کیرشهف:

تعریف گره: محل تلاقی دو یا چند شاخه از مدار را گره می‌نامیم.

تعریف حلقه: به هر مسیر بسته در مدارهای الکتریکی مش (حلقه) گفته می‌شود.

(kcl)

* قانون جریان کیرشهف: جمع جبری تمام جریان‌هایی که به گره وارد یا از گره خارج می‌شود برابر صفر است. (گره را از این قانون استفاده می‌کنیم)

(kvl) * قانون ولتاژ کیرشهف: جمع جبری ولتاژها در هر حلقه برابر صفر است.

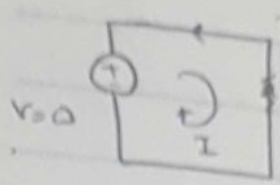
اگر از سر مثبت وارد شویم با علامت خود المان و اگر از جهت مثبت با علامت عکس

Amin

DATE:

SUBJECT:

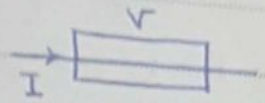
مثال: جریان مقاومت اهمی را بدست آورید.



$I = \frac{V}{R} \longrightarrow V = IR$

KVL: $-V_s + V_R = 0 \longrightarrow V_R = 5V$

$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{5}{10} = 0.5\,A$



$P = V \times I$

* توان المان:

اگر جریان از سر مثبت المان وارد شود. $P = VI$

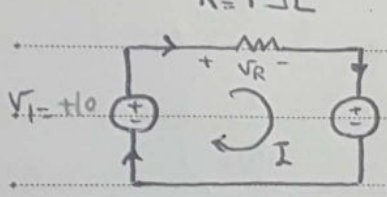
اگر جریان از سر منفی المان وارد شود. $P = -VI$

$P > 0 \longrightarrow$ المان توان مصرف می‌کند

$P < 0 \longrightarrow$ المان توان تولید می‌کند.

$P = VI = V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R} = (RI)I = RI^2$

مثال: توان کلیه عناصر مدار زیر را بدست آورید.



KVL: $-V_1 + V_R + V_2 = 0$

$-10 + V_R + 4 = 0 \quad V_R = 6\,(V)$

$I = \frac{V_R}{R} = \frac{6}{3} = 2A$

$P_R = VI = 2(6) = 12\,W$

$P_{V_1} = -VI = -6(2) = -20\,W$

$P_{V_2} = VI = 8\,W$

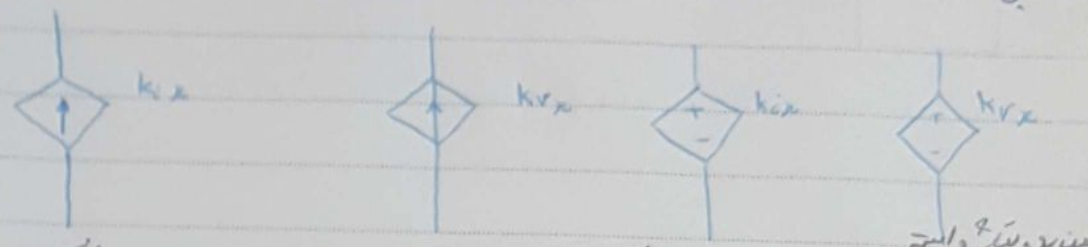
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

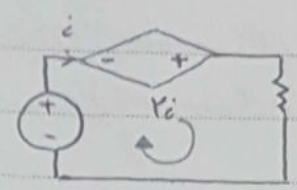
منابع وابسته:

منابعی هستند که ولتاژ و جریان آن‌ها به ولتاژ یا جریان‌های سایر ضعف‌های دیگر وابسته است.



منبع ولتاژ وابسته (منبع ولتاژ وابسته به جریان) (منبع جریان وابسته به ولتاژ) (منبع ولتاژ وابسته به جریان) (منبع جریان وابسته به ولتاژ)

مثال: جریان را بدست آورید.



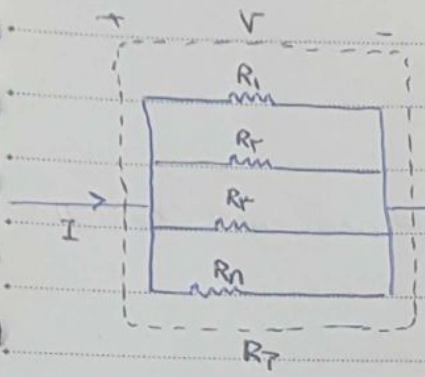
$-V - 2i + V_R = 0$

KVL: $-V - 2i + 4i = 0$

$-6 - 2i + 4i = 0 \longrightarrow i = 3A$

به هم بستن مقاومت ها:

۱) مقاومت های موازی:



$V_{R_1} = V_{R_2} = V_{R_3} = V_{R_n}$

$i_{R_1} + i_{R_2} + i_{R_3} + \dots + i_{R_n} = I$

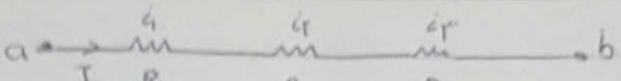
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

مقاومت های سری:



$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$

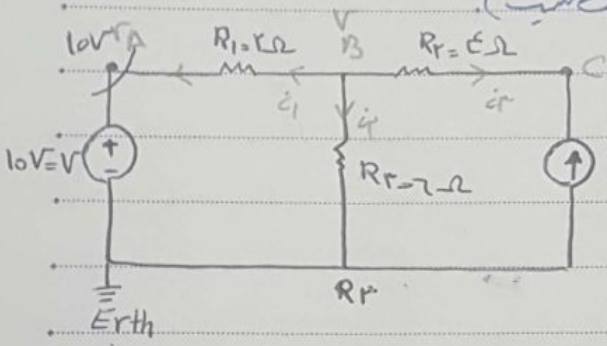
$I = i_1 = i_2 = i_3 = \cdots$

$V = R \cdot I \Rightarrow V_{ab} = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + \cdots$

$V_{ab} = (\underbrace{R_1 + R_2 + R_3}_{R_T}) I \Rightarrow R_T = R_1 + R_2 + R_3$

تقسیم جریان:

تقسیم جریان: در روش تقسیم جریان هدف اصلی پیدا کردن جریان یکی از شاخه ها می باشد. اصول کار در این روش به این صورت است که از KCL در همه گره ها به جز گره زمین و گره های با ولتاژ معلوم استفاده می کنیم. (در مدار همیشه یک گره زمین داریم که نیازی به KCL زدن در آن نیست). به گره زمین همیشه جهت منفی ولتاژ اختیار می کنیم.



گره A مستقیم به 10

گره B: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ KCL

$$\frac{V_B - V_A}{R_1} + \frac{V_B - V_C}{R_2} + \frac{V_B - 0}{R_3} = 0$$

$$\boxed{\frac{V_B - 10}{2} + \frac{V_B - V_C}{6} + \frac{V_B}{2} = 0} \quad (1)$$

$I_{2\Omega} + I_S = 0 \rightarrow I_{2\Omega} = -I_S = -8A$ جریان عبوری از مقاومت

$KCL\ C: \frac{V_B - V_C}{R_2} + I_S = 0 \rightarrow \boxed{V_B - V_C = -32} \quad (2)$

$$\begin{cases} 11V_B - 3V_C = 70 \\ V_B - V_C = -32 \end{cases}$$

$$V_B = \frac{\begin{vmatrix} 70 & -3 \\ -32 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{152}{8}$$

$$V_C = \frac{\begin{vmatrix} 11 & 70 \\ 1 & -32 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-462}{-8}$$

$$i_1 = \frac{V_B - 10}{2} = 0 \qquad i_2 = \frac{V_B - 0}{6}$$

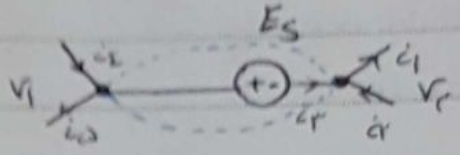
$$i_3 = -8 = -I_S$$

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

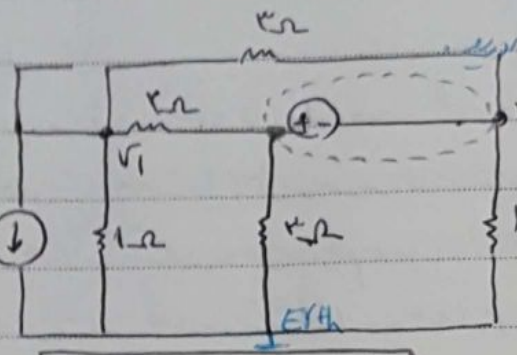
نکته: اگر خودمون با ولتاژ مجهول منبع ولتاژی بودن نوشتن KCL خیره کننده یا سوپر نود استفاده نمی‌کنیم



$V_1 - V_2 = E_s$

$KCL \Rightarrow i_1 - i_2 - i_3 + i_4$

مثال: با استفاده از تکنیک سوپر نود مقدار V_4 را بدست آورید



$V_2 - V_3 = 2V \Rightarrow V_2 = V_3 + 2$

$KCL\ ① \Rightarrow 4A + \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - V_3}{3} = 0$

$\rightarrow 11V_1 - \frac{3V_2}{V_3+2} - 2V_3 + 20 = 0$

$11V_1 - 9V_3 + 23 = 0$

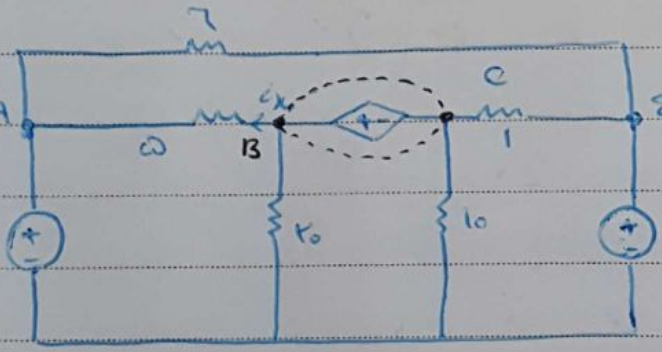
$KCL\ 3,4 \Rightarrow \frac{V_3 + 2 - V_1}{2} + \frac{V_3 + 2}{3} + \frac{V_3}{1} + \frac{V_3 - V_1}{3} = 0$

$\rightarrow -V_1 + 13V_3 = -5$

$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -23 & -5 \\ -5 & 13 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -9 \\ -1 & 13 \end{vmatrix}}$

$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -23 \\ -1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -9 \\ -1 & 13 \end{vmatrix}}$

ب:



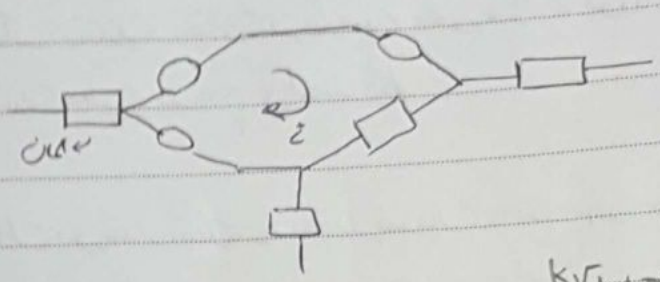
Amin

SUBJECT:

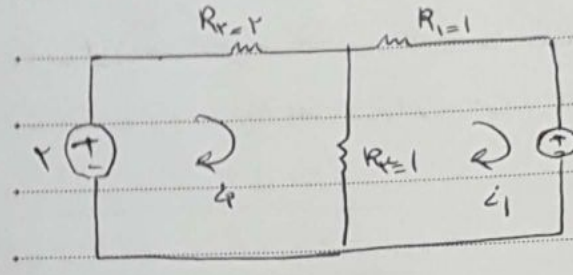
DATE:

② روش تحلیل مش (حلقه):

هدف پیدا کردن جریان مش‌ها است. روش کار به این صورت است که KVL را بسته‌ی مش‌ها جزء مش بیرونی مش‌های با جریان معلوم می‌نویسیم.



$KVL_1 \Rightarrow \hat{R}i_1 + V_2 + \hat{R}_3(i_1 - i_2) = 0$



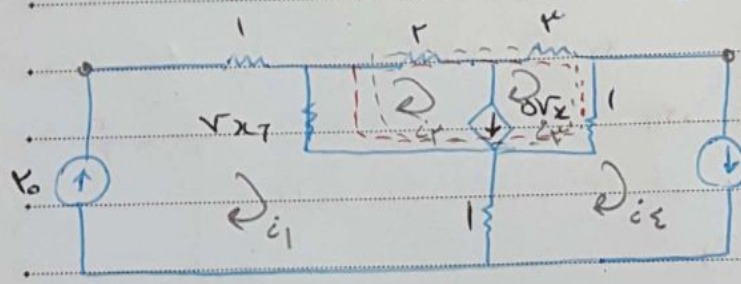
$2i_1 - i_2 = -4$

$KVL_2 \Rightarrow -V_1 + R_2 i_2 + R_3(R_2 - R_1) = 0$

$\rightarrow -i_1 + 3i_2 = 2$

$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-14}{5}$ $\quad i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{5} = \frac{-8}{5}$

در مدار شکل زیر جریان مش‌های پنجره را بدست آورید.



$i_1 = 20A$ ، $i_4 = 40A$ و $i_2 - i_3 = 5V_x = 5(20 - 2i_2)$ سوپرمش

$V_x = 2(i_1 - i_2) = 2(20 - i_2) = 40 - 2i_2$

KVL سوپرمش $\Rightarrow 3i_3 + 1(i_3 - i_4) + 2(i_2 - i_1) + 2i_2 = 0$

$i_2 - i_3 = 20$ ① $\quad$ $I_4 = 11I_2 - 200$ ①

$4i_3 + 4i_2 = 80 \rightarrow i_3 + i_2 = 20$ ②

Amin

$11I_2 - 200 + i_3 = 20$

$12I_2 = 220 \rightarrow I_2 = \frac{220}{12} \rightarrow \frac{110}{6}$

Scanned by CamScanner

SUBJECT:

DATE:

مدارهای متقارن:

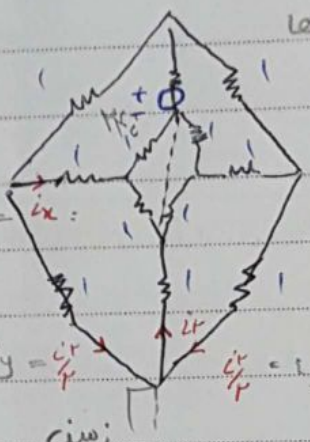
مدارهایی که درآن ها المان های مدار نسبت به یک خط فرضی متقارن اند را مدارهای متقارن گویند.

ملاک تقارن، تقارن در طرفین محور فرضی بوده به عناصر روی محور هرچه که باشند تقارن مدار را برهم نخواهند زد.

مثال: در مدار شکل زیر مقدار جریان های i_x و i_y را بدست آورید.

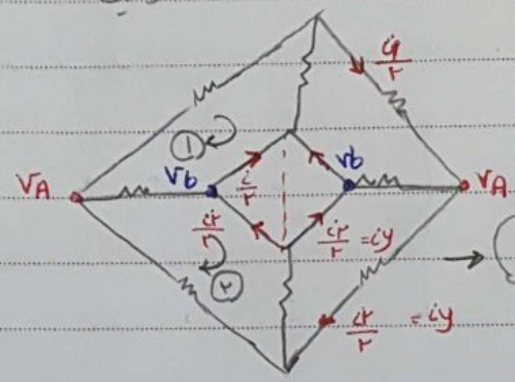
روش گره یا روش مش هردو پیچیده است.

پس از روش ترکیب استفاده، روش ترکیب تمام جریان ها را برحسب یکی از جریان ها بدست می آوریم.



$i_x = i_x$

$i_y = \frac{i_2}{2}$ $\quad \frac{i_2}{2} = i_y$ $\quad i_y + i_y = 2i$ $\quad 2i_y = i_2 \Rightarrow i_y = \frac{i_2}{2}$



$KVL\ ① \Rightarrow 1\times i_1 + 24 - \frac{i_1}{2} - i_x - \frac{i_1}{2} = 0$

$\frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{2}$

$-3i_1 + i_2 = -48$ ①

$KVL\ ② \rightarrow -i_2 - \frac{i_2}{2} + i_x - \frac{i_2}{2} = 0 \Longrightarrow 3i_2 - i_1 = 0$ ②

$\frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{2}$

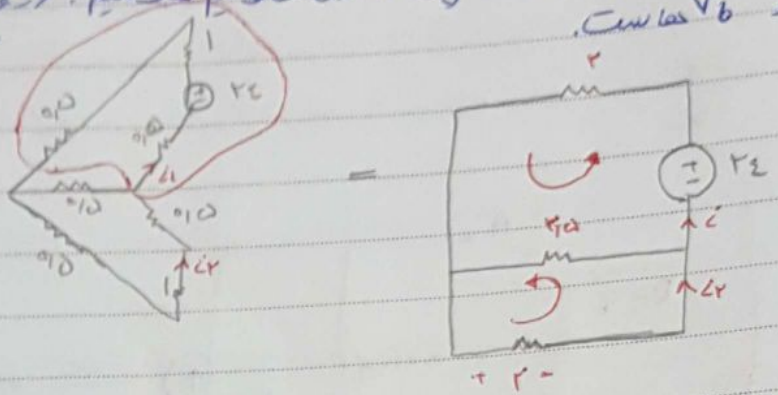
① & ② $\longrightarrow i_1 = 10$, $i_2 = 2$

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

به این دلیل که ولتاژ دو سر آن مشخص و برابر است. پس ۲ مدار می‌توانیم رسم کنیم. در واقع منظورمان VA های V_b هاست.



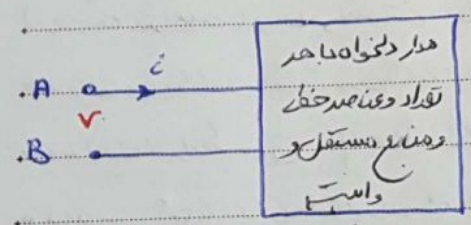
$$KVL\ (1) \Longrightarrow -24 + 2i_1 + 0.5(i_1 - i_2) = 0$$

$$2.5\, i_1 - 0.5\, i_2 = 24$$

$$2i_2 + 0.5(i_2 - i_1) = 0$$

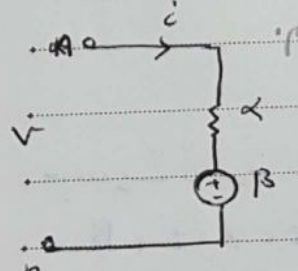
$$-0.5\, i_1 + 2.5\, i_2 = 0 \longrightarrow i_1 = 10 \text{ و } i_2 = 2$$

مثال ۲) تونن و نورتن:



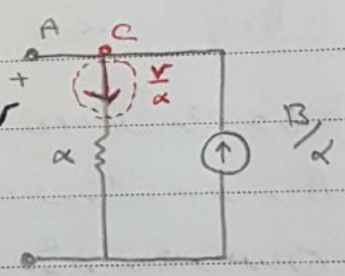
$$v = \alpha i + \beta$$

این مدار معادل آن است. دو پارامتر α و β را با KVL به دست پیدا می‌کنیم.



مدار معادل تونن

$$KVL: v = \alpha i + \beta \equiv v$$



مدار معادل نورتن

$$KCL\ C: i + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{v}{\alpha}$$

$$v = \alpha i + \beta$$

آر مدار را باز کنیم جریان عبوری از دو سر دریچه ولتاژ برابر:

$$v = e_{oc} = \alpha i + \beta$$

ولتاژ

مدار باز

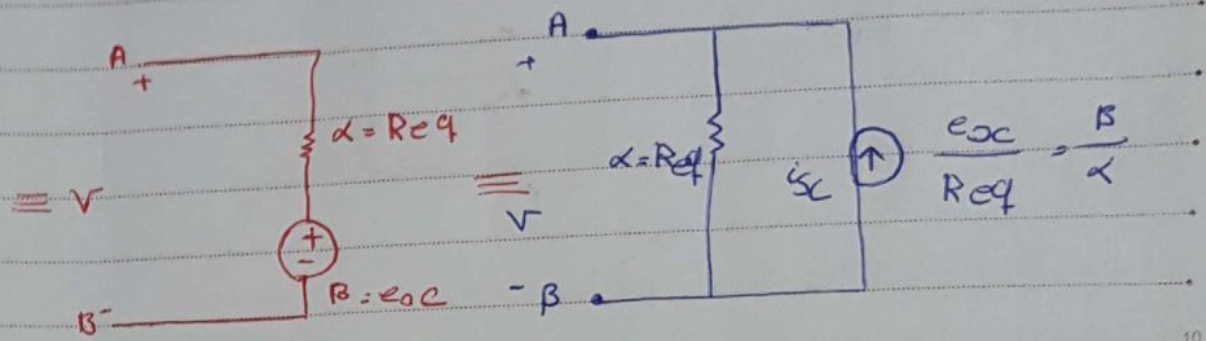
Amin

DATE: SUBJECT:

جریان اتصال کوتاه

$$i_{sc} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{e_{oc}}{\alpha}$$

$$\alpha = R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}}$$



- روش به دست آوردن ولتاژ مدار باز یا e_{oc} جریان اتصال کوتاه یا جریان sc (جریان عبوری از A به B) و مقاومت معادل:

برای این کار ابتدا تا حد امکان ولتاژها و جریان‌های مدار را روی آن مشخص می‌کنیم (روش ترکیبی) و با نوشتن معادلات KVL آن در حلقه‌های مناسب رابطه‌ای بین جریان ورودی و ولتاژ ورودی را به صورت $V = \alpha i + \beta$ به دست می‌آوریم.

بنابراین از رابطه فوق $\alpha = R_{eq}$ بوده و $\beta = e_{oc}$ است.

و در نتیجه i_{sc} با رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$i_{sc} = \frac{e_{oc}}{R_{eq}} = \frac{e_{oc}}{\alpha}$$

به عبارت دیگر دو سر A و B منبع ولتاژ V_{test} متصل کرده و رابطه‌ی $V_t = \alpha i_t + \beta$ را به دست می‌آوریم و مانند آن دو سر A و B منبع جریان i_t را متصل کرده و رابطه‌ی V_t (ولتاژ دو سر منبع جریان i_t) را به دست می‌آوریم و مانند بالا عمل می‌کنیم.

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

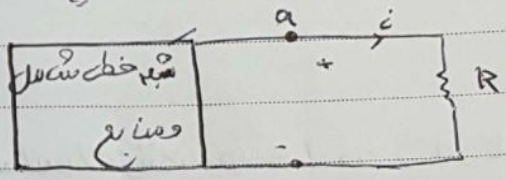
در روش‌های بالا قادر به دست آوردن ولتاژ و توان جریان توان و مقاومت معادل به صورت یک جا هستیم - برای به دست آوردن e_{oc} که ولتاژ هدایاز دو سر A و B هست A و B را مدار باز کرده (یعنی جریان صفر) و سپس با تشکیل مدار ولتاژ دو سر A و B به دست می‌آوریم.

برای به دست آوردن i_{sc} دو سر AB را اتصال کوتاه می‌کنیم و جریان تبدیل از A به B برابر $i_{AB} = i_{sc}$ خواهد بود.

برای به دست آوردن مقاومت معادل یا R_{eq} با طی دو مرحله قبل دو به دست آوردن e_{oc} و i_{sc} بنابراین رابطه‌ی زیر R_{eq} را به دست می‌آوریم.

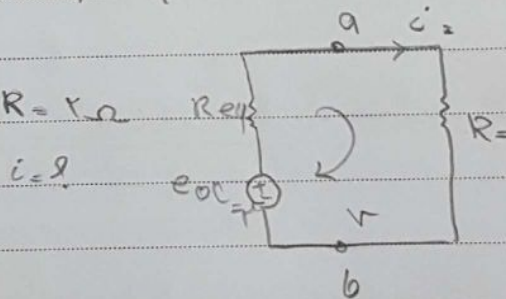
$$R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}}$$

مثال: در مدار مقابل وقتی $R \to \infty$ می‌شود ولتاژ $v = 3$ ولت است و وقتی $R \to 0$ میل می‌کند جریان $i = 3A$ است. برای $R = 2\Omega$ جریان عبوری از مقاومت چقدر است؟



$$\begin{cases} R \to \infty \\ v = 3\ (V) \end{cases} \Rightarrow e_{oc} = 3 \qquad \begin{cases} R \to 0 \\ i = 3A \Rightarrow i_{sc} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{3}{3} = 1$$



$$\begin{cases} R = 2\Omega \\ i = ? \end{cases}$$

$$KVL: -e_{oc} + R_{eq} \cdot i' + R i' = 0$$

$$-3 + 1 \times i' + 2 \times i' = 0 \Rightarrow i' = 1$$

Amin

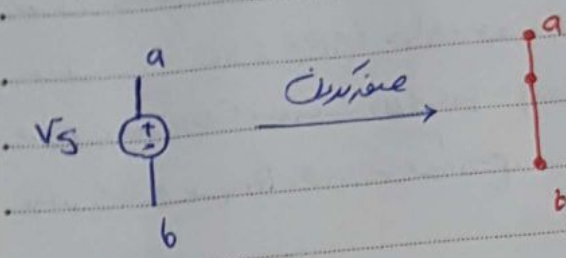
Scanned by CamScanner

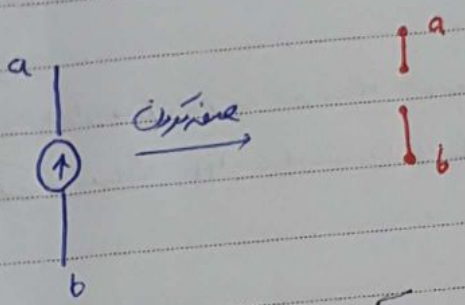
SUBJECT:

DATE:

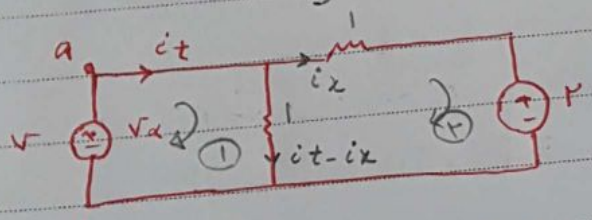
نکته: هرچه دست آوردن مقاومت معادل یا Req منابع مستقل مستقیم تاثیری در مقدار آن ندارند. بنابراین می‌توان فقط برای به دست آوردن Req منابع را می‌توان صفر کرد. صفر کردن منبع ولتاژ یعنی صفر کردن ولتاژ آن یعنی به جای منبع ولتاژ اتصال کوتاه قرار می‌دهیم و صفر کردن منبع جریان یعنی سمت شدن جریان آن یعنی به جای منبع جریان مدار باز قرار دهیم.

یعنی جای آن اتصال کوتاه می‌گذاریم.





مثال: مدار معادل تونن دیده شده از دو سر a و b را به دست آورید.



$$Vt = 2it + 8$$

$$KVL(1) \Rightarrow -Vt + 1(it - ix) = 0 \Rightarrow Vt = -it + ix \quad (1)$$

$$KVL(2) \Rightarrow 1 \times \dot{i}_x + 2 - 1 \times (it - ix) = 0 \Rightarrow 2ix - it + 2 = 0$$

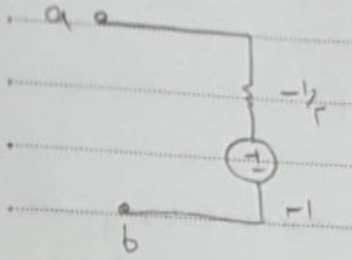
$$\boxed{ix = \frac{it}{2} - 1}$$

Amin

Scanned by CamScanner

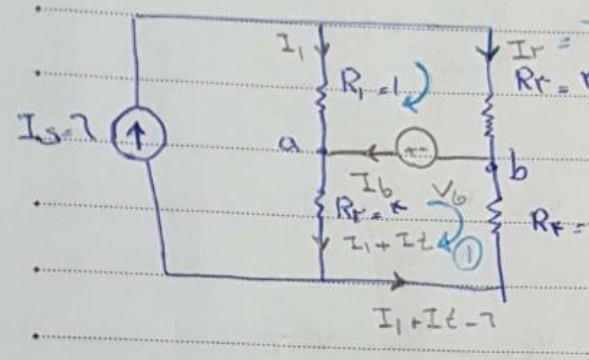
DATE: SUBJECT:

$\begin{cases} ② \rightsquigarrow ① \\ v_b = -i_t + \left(\frac{i_t}{2} - 1\right) \end{cases}$ $\boxed{v_t = \frac{-i_t}{2} - 1}$ $R_{eq} = -\frac{1}{2}\,\Omega$



$13 \quad e_{oc} = -1$

مثال: مدار مقابل توسط دیود شده از دو سر a و b را به دست آورید.



روش اول: استفاده از منبع وابسته I_t و V_t به دست آوردن

$v_t = \alpha I_t + \beta$ ($\alpha \rightarrow R_{eq}$, $\beta \rightarrow e_{oc}$)

KVL①: $-R_4(I_1 + I_t - 2) - R_2(I_1 + I_2) + V_t = 0$

دلیل منفی این است که جهت حلقه خلاف جهت انتخابی مثبت است.

$\Rightarrow \boxed{V_t = +10I_t + 10I_1 - 36}$ ①

باید دید چرا جذف نشدیم تا این معادله مشابه، معادل با باشد.

KVL$_4$: $R_4(2 - I_1) - V_t - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow -5I_1 - V_t + 24 = 0$

$\boxed{I_1 = \frac{-1}{5} V_t + \frac{24}{5}}$ ②

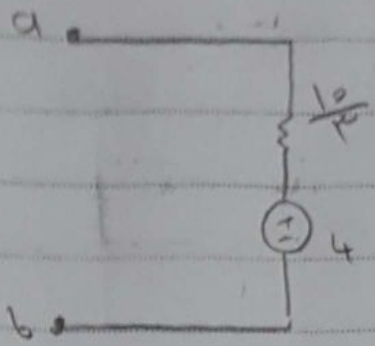
①,② $\Rightarrow V_t = 6I_t + 10\left(\frac{-1}{5} V_t + \frac{24}{5}\right) - 36 = \boxed{V_t = \frac{10}{3} I_t + 4}$

R_{eq} $V_{th} = e_{oc}$

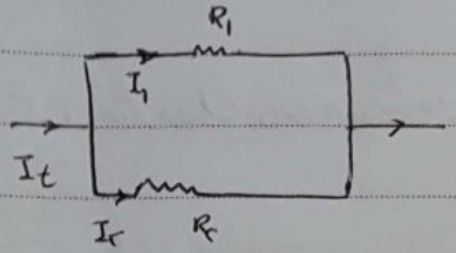
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

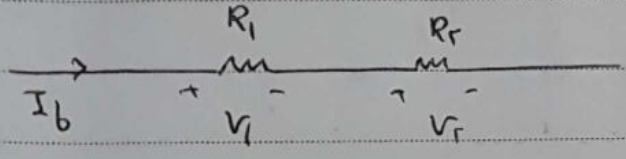


تقسیم جریان در مقاومت های موازی و تقسیم ولتاژ در مقاومت های سری:



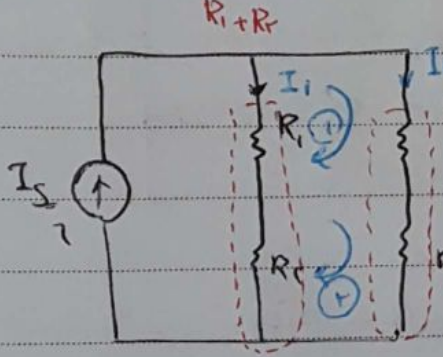
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} \; I_t$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \; I_t$$



$$V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \; V_t$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2} \; V_t$$



به دلیل سری بودن مقاومت ها با هم جمع می شوند. $R_2 + R_3$

$$KVL(1): R_2 I_2 - e_{oc} - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow e_{oc} = -R_1 I_1 + R_2 I_2 \; *$$

$$I_1 = \frac{R_2+R_3}{(R_1+R_2)+(R_2+R_3)} \times I_t = \frac{10}{10} \times 2 = 4\,(A) \; * \Rightarrow e_{oc} = -1 \times 4 + 4 \times 2 = +4$$

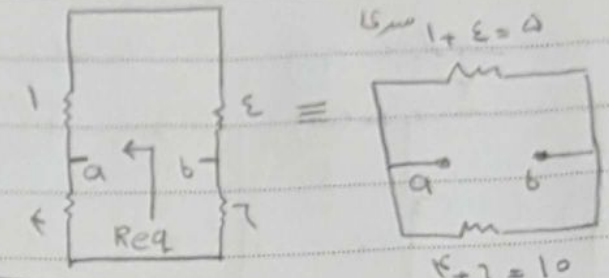
$$I_2 = \frac{R_1+R_2}{(R_1+R_2)+(R_2+R_3)} \times I_t = \frac{6}{10} \times 2 = 2\,(A)$$

Amin

Scanned by CamScanner

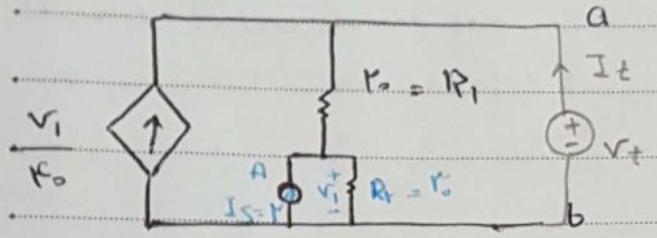
DATE: SUBJECT:

Req ⟹ منبع جریان حذف



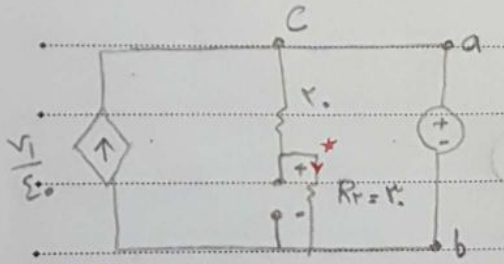
$\Rightarrow Req = 5 \parallel 10 = \frac{50}{15} = \boxed{\frac{10}{3}}$

مثال: مقاومت معادل دیده شده از دوسر a و b را بدست آورید.



$V_t = \alpha I_t + \beta$

R_{th} $\qquad R_{th} \rightarrow$ مدار منابع مستقل را صفر کرد.



وقتی جریان ها ثابت هستند مدار تبدیل به مداری خواهد شد.

* در این مسئله فقط R_{th} را می خواهیم به این صورت حل می کنیم.

$* I_{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{V_1}{20}$

$KVL\ ① \Rightarrow +V_t - R_2 I_{R_2} - R_1 I_{R_2} = 0 \Rightarrow V_t = (R_1 + R_2) I_{R_2} =$

$20 \leftarrow \frac{V_1}{20}$ $\quad 20 \leftarrow$ $\quad$ از $\frac{V_1}{20}$

$+ (20 + 20)\frac{V_1}{20}$ $\qquad \boxed{V_t = +\frac{5}{3} V_1}$ ①

$KCL\ c: I_t + \frac{V_1}{20} = \frac{V_1}{3} \Rightarrow \boxed{V_1 = 12 I_t}$

$V_t = 5/4 \times 12 I_t = \boxed{20 I_t} \Rightarrow Req = 20\ \Omega$

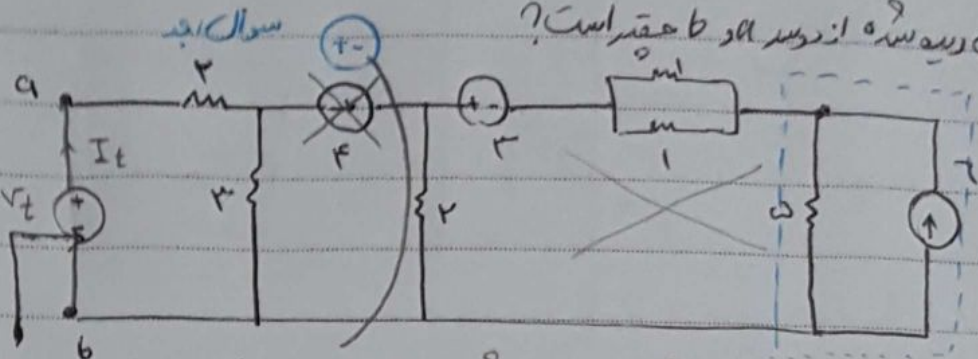
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

مقاومت مدار دیده نشده از دو سر a و b چقدر است؟

سوال ۱۰۵



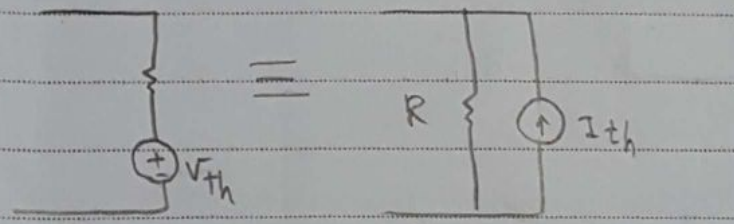
بدون منبع

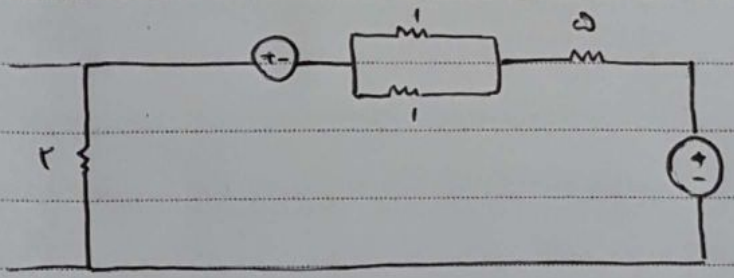
R_{th} می‌خواهیم منابع مستقل حذف می‌شوند یعنی منبع جریان حذف می‌کنیم

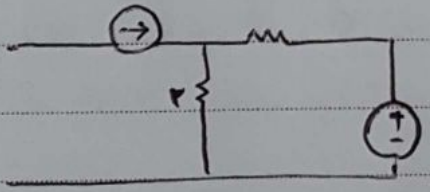
$R_{th} = ۲ + ۳ = ۵\ \Omega$

مدار معادل تونن و نورتن را به دست آورید.

در جایی که امپدانس دارد مدار ساده کنیم؛ یعنی مدار ۵ تا تونن و نورتن شده تونن تبدیل می‌کنیم.





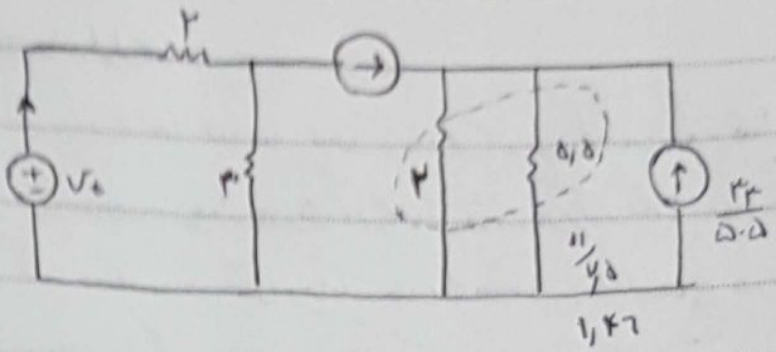


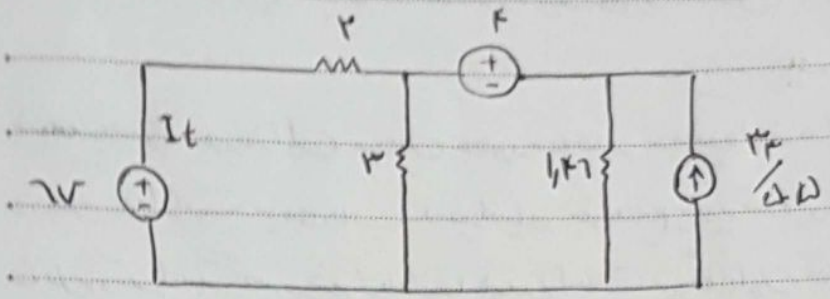
Amin

Scanned by CamScanner

DATE:

SUBJECT:





$V_t = \alpha \underbrace{I_t}_{R_{th}} + \beta$ ⟶

Amin

Scanned by CamScanner

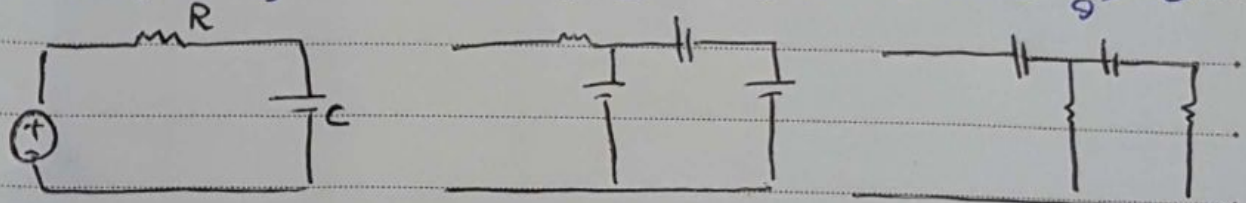
DATE: SUBJECT: فصل ۳

مدارهای مرتبه اول:

مدارهایی که درآن ها عناصر سلف و خازن وجود داشته باشد. مدارهای مرتبه دو را وسیم بحث به همراه این عناصر هر مدار مرتبه آن مدار تعیین می کند که منجر به تشکیل مدارهای مرتبه اول (شامل یک سلف مستقل و یا یک خازن مستقل) مدارهای مرتبه ی دوم (دو سلف مستقل یا دو خازن مستقل و یا یک سلف مستقل و یک خازن مستقل) تشکیل شده است.

در مدارهای مرتبه اول به دلیل وجود عناصر ذخیره کننده انرژی (سلف یا خازن) در رابطه وکتیل مدارات به معادلات دیفرانسیل خواهیم رسید که از درجه اول کی باشند.

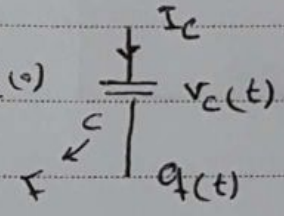
قابل ذکر است که برخی از مدارها ممکن است در نگاه اول مدار مرتبه ی یک در نظر نیستند. در این حالت در صورت ادغان مقاومل خازن ها و یا سلف ها به دست می آوریم، حال آنرین از ساده کردن مدار یک سلف و یا یک خازن داشته باشیم مدار مرتبه اول است.



مرتبه اول | مرتبه اول | مرتبه دوم

مروری عناصر حافظه دار:

۱- خازن: خازن یک عنصر دوسر است که در هر لحظه از زمان ولتاژ دوسر آن یعنی $v_c(t)$ و بار الکتریکی آن یعنی q توسط یک معنی تعیین می شود.



$$q_c(t) = C_{(t)}\, v_c(t)$$

$$i_c(t) = \frac{dq_c(t)}{dt}$$

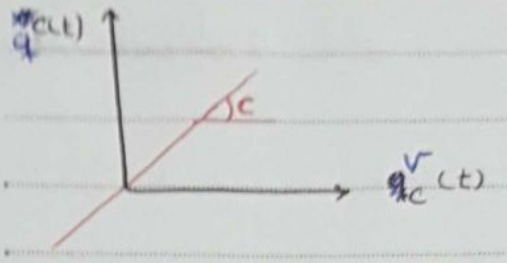
کولن

Amin

DATE: SUBJECT:

انواع خازن ها:

خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان (LTI):



$LIT \Rightarrow q_c(t) = C v_c(t)$ $\quad I_c = C \frac{dv_c(t)}{dt}$

$I_c = \frac{dq_c(t)}{dt} = \frac{d(C v_c(t))}{dt}$ مشابه جریان خازن

انتگرال

ولتاژ: $v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I_c(t)\, dt$

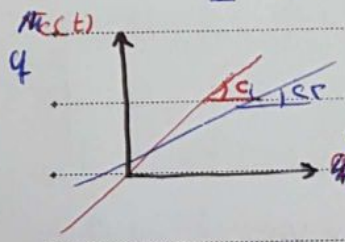
انرژی:
$w = \int_0^t p(t)\, dt$
$p(t) = V(t) \cdot I(t)$

خازن $\Rightarrow p_c(t) = v_c(t) \times C \frac{dv_c(t)}{dt}$

$w_c = \int_0^t p(t)\, dt = \int_0^t C v_c(t) \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}\, dt$

$= w_c = C \int_0^t v_c(t)\, dv_c(t) = \frac{1}{2} C \left(v_c^2(t) - v_c^2(0)\right)$

خازن خطی تغییر پذیر با زمان:



$q_c(t) = C(t) v_c(t)$

$I_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C(t) \cdot v_c(t)\right)$

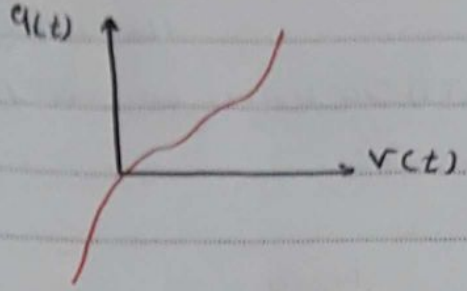
$v_c(t) \frac{dc(t)}{dt} + C(t) \frac{dv_c(t)}{dt}$

Amin

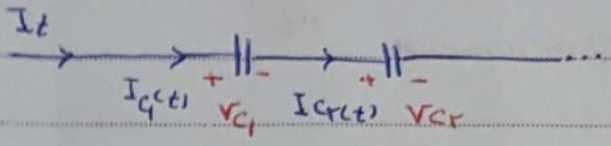
Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

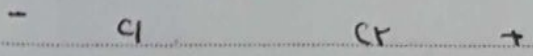
خازن عنددخلی:



به هم بستن خازن ها:



الف) سری



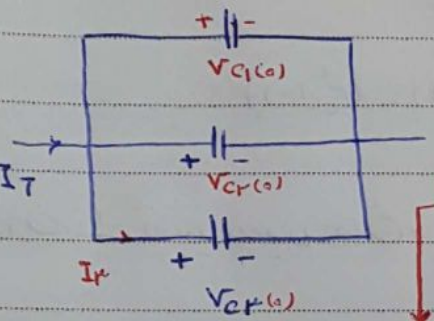
$$q_t(t) = q_{C_1} = q_{C_2} = \dots$$

$$V(t) = V_{C_1}(t) + V_{C_2}(t) + V_{C_3}(t) + \dots$$

خازن معادل: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$

احالت سری

$$V_{C_T}(0) = V_{C_1}(0) + V_{C_2}(0) + \dots$$



$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$V_{C_1} = V_{C_2} = V_{C_3}$$

$$q_T = q_{C_1} + q_{C_2} + q_{C_3} + \dots$$

$$C_T V_T = C_1 V_{C_1} + C_2 V_{C_2} + C_3 V_{C_3} + \dots$$

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$ خازن معادل در حالت موازی

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

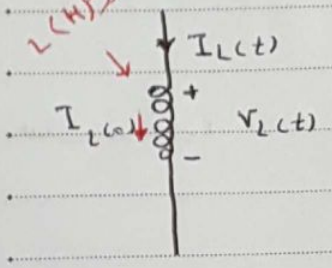
اصل بقای بار الکتریک : $q_{0T} = q_{01} + q_{02} + q_{03} + \cdots$

$C_T V_{0T} = C_1 V_1(0) + C_2 V_2(0) + C_3 V_3(0) + \cdots$

$V_T(0) = \dfrac{C_1 V_1(0) + C_2 V_2(0) + C_3 V_3(0) + \cdots}{C_1 + C_2 + C_3 + \cdots}$ ولتاژ اولیه خازن پس از اتصال تقسیم خازن ها

سلف : (اندوکتانس) : سلف خاصیت تغییر ندادن جریان است.

سلف باست که میخواهد شار جریان آن $\varphi - I$ خاصیت هستیم است که از تغییر آنی جریان جلوگیری کند.



$\varphi(t) = L\, I_L(t)$

$V_L(t) = L \dfrac{d\varphi_L(t)}{dt}$

ولتاژ سلف

$\therefore V_L(t) = L \dfrac{d}{dt}(I_L(t))$ ★ $V_L(t) = L \dfrac{dI_L(t)}{dt}$

جریان سلف

★ انتگرال → $I_L(t) = I_L(0) + \dfrac{1}{L}\int_0^t V_L(t)\,dt$

انرژی ذخیره شده در سلف :

$$\begin{cases} W(t) = \int_0^t p(t)\,dt \\ p(t) = V(t)\, I(t) \end{cases}$$

$p_L(t) = I_L(t) \cdot L \dfrac{dI_L(t)}{dt}$

$W_L(t) = \int_0^t L\, I_L(t)\, dI_L(t) = \frac{1}{2} L \left(I_L^2(t) - I_L(0)^2\right)$

Amin

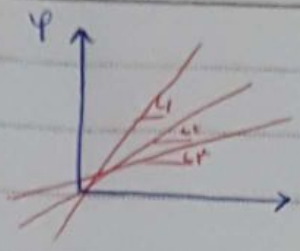
Scanned by CamScanner

DATE:

SUBJECT:

* سلف هایی که دوتا دوتا کنار هم میکشیم (اگر نزدیک هم) و مشترک هم باشند

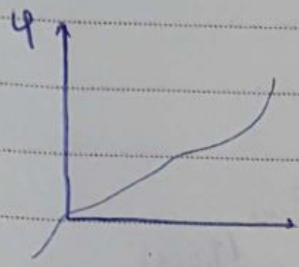
- سلف خطی تغییر پذیر با زمان:



$$\varphi(t) = L(t)\, I_L(t)$$

$$V_L(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(L(t) \cdot I_L(t)\right)$$

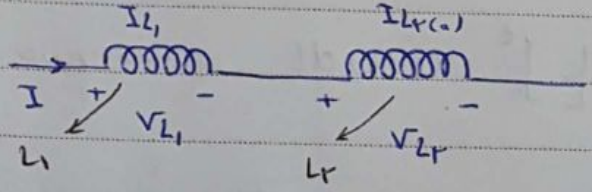
$$= L(t)\frac{dI_L(t)}{dt} + I_L(t)\frac{dL(t)}{dt}$$



- سلف غیرخطی:

- مجموعه بستن سلف ها:

الف) سری:



$$I_T = I_{L_1} + I_{L_2} + \dots$$

$$\varphi_T = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots \qquad \varphi_T = L_T \cdot I_T$$

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

Amin

Scanned by CamScanner

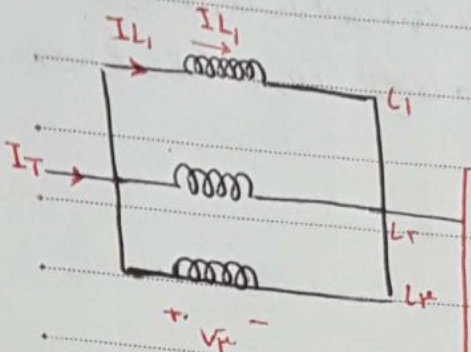
DATE:

SUBJECT:

اندوکتانس معادل سری:

اصل پیوستگی بار: $I_{L(0)} = \frac{L_1 I_{L_1(0)} + L_2 I_{L_2(0)}}{L_1 + L_2 + L_3}$

ب) حالت موازی:



$I_T = I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3} + \cdots$

$\varphi_T = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \cdots$

$\varphi_T = L_T I_T$

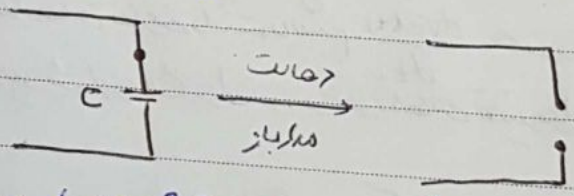
$\varphi = LI$

$\frac{\varphi_T}{L_T} = \frac{\varphi_1}{L_1} + \frac{\varphi_2}{L_2} + \frac{\varphi_3}{L_3}$

$\rightarrow \frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots$

نکته: اندوکتانس روی خازن ثابت باشد بنابراین $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ جریان متغیر

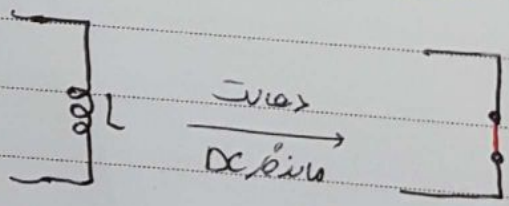
خازن صفر خواهد شد. بنابراین خازن در حالت ماندگار DC به صورت مدار باز است.



نکته

اندوکتانس سلف ثابت باشد، جریان متغیر $v_{L(t)} = L \frac{di(t)}{dt}$ ولتاژ سلف برابر صفر است

بنابراین سلف در حالت ماندگار DC معادل یک اتصال کوتاه است.



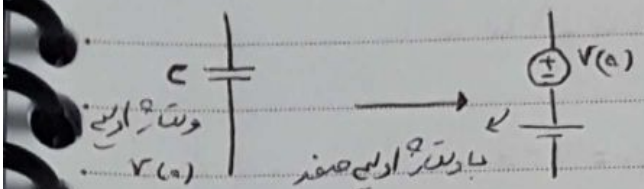
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

نکاتی در مورد خازن ها:

۱- در اکثر موارد خازن های خطی تغییر ناپذیر با زمان (LTI) سروکار داریم. بنابراین هر خازن با ولتاژ اولیه‌ی $V(0)$ را می‌توان بصورت اتصال سری یک منبع ولتاژ DC و خازن با ولتاژ اولیه‌ی صفر در نظر گرفت.

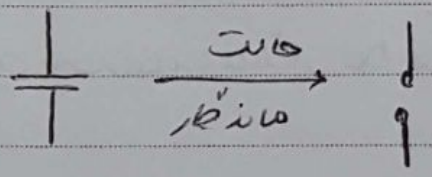


$$i_c(t) = \frac{C\,dV_c(t)}{dt} \qquad V_c(t) = V(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_c(t)\,dt$$

۲- اگر جریان خازن محدود باشد $\frac{dV_c(t)}{dt}$ مشتق ولتاژ خازن نسبت به زمان نیز محدود خواهد بود. و در نتیجه ولتاژ خازن تابعی پیوسته از زمان بود و بصورت آنی تغییر نخواهد کرد.

۳- اگر جریان خازن محدود نباشد، یعنی هنگامی که جریان ورودی از جنس تابع ضربه باشد. یا در مدار لحظه خازن داشته باشیم. $\frac{dV_c(t)}{dt}$ محدود نبوده و در نتیجه ولتاژ خازن تابعی پیوسته از زمان خواهد بود و بصورت آنی تغییر خواهد داشت.

۴- اگر ولتاژ خازن ثابت باشد جریان آن صفر خواهد بود بنابراین خازن در حالت ماندگار DC همانند مدار باز است.

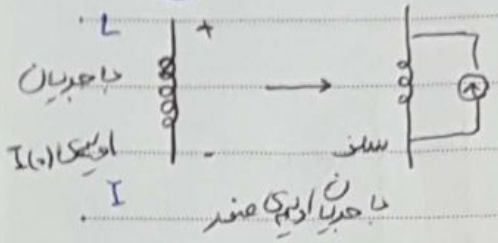


Amin

Scanned by CamScanner

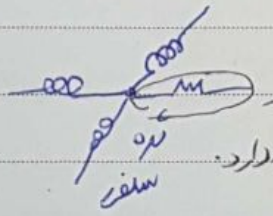
DATE: SUBJECT:

خطای (مخصوص سلف) در کلیه موارد با سلف های خطی تغییرناپذیر با زمان سروکار داریم.
بنابراین هر سلف با جریان اولیه $I(0)$ و هر زمان بصورت احتمال موازی یک منبع جریان
ثابت $I(0)$ و یک سلف با جریان اولیه صفر در نظر گرفت.



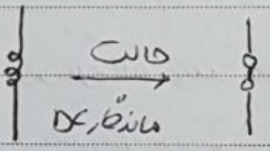
۲- هرگاه ولتاژ سلف محدود باشد، $\frac{dI(t)}{dt}$ نیز محدود خواهد بود و در نتیجه جریان سلف تابعی
پیوسته از زمان بوده و طور ناگهانی تغییر نخواهد کرد.

۳- اگر ولتاژ سلف محدود نباشد، یعنی هنگامی که ولتاژ دوسر آن ضربه باشد یا در برگیرنده سلف
دارا باشیم $\frac{dI(t)}{dt}$ محدود نبوده و در برخی از زمان ها در نتیجه جریان سلف تابعی پیوسته
از زمان خواهد بود و در برخی از زمان ها طور ناگهانی تغییر خواهد داشت.



حکم مقاومت دارد.

۴- اگر جریان سلف ثابت باشد ولتاژ آن صفر خواهد شد. بنابراین سلف در حالت ماندگار DC در
حالت کوتاه است.

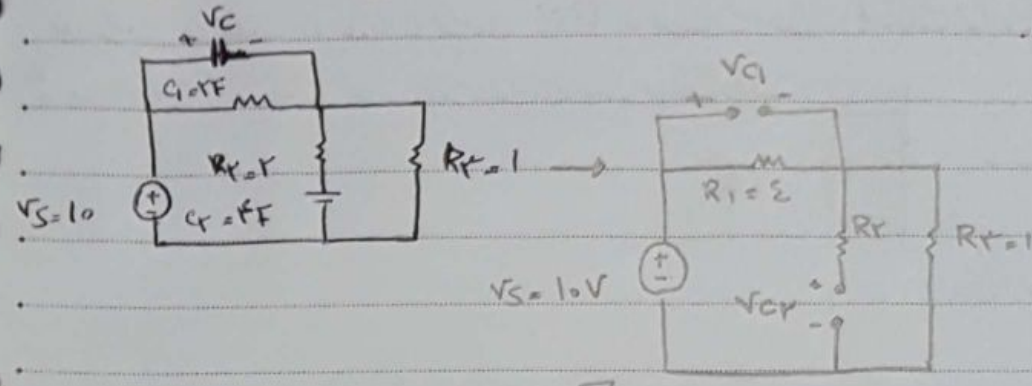


Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

- مثال: مدار شکل زیر در حالت ماندگار DC است. انرژی ذخیره شده در خازن های C_1 و C_2 چقدر است.



V_{C_1} چون با R_1 موازی است پس دقت دوسرش باهم برابر می شود.

$$W=\frac{1}{2}CV^2$$

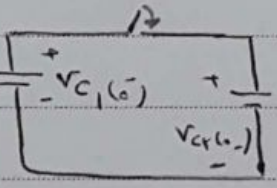
$$\begin{cases} V_{C_1}=V_{R_1} \rightarrow \frac{R_1}{R_1+R_2}V_S=\frac{4}{4+1}\times 10=8 \text{ ولت} \\ V_{C_2}=V_{R_2} \rightarrow \frac{R_2}{R_1+R_2}V_S=\frac{1}{4+1}\times 10=2 \text{ ولت} \end{cases}$$

تقسیم ولتاژ یک ولتاژ + ۲ معادلیت

$$W_{C_1}=\frac{1}{2}C_1V_1^2=\frac{1}{2}\times 2\times 8^2=64 \text{ ژول}$$

$$W_{C_2}=\frac{1}{2}C_2V_2^2=\frac{1}{2}\times 4\times(4)^2=8 \text{ ژول}$$

- قبل از وصل کلید ولتاژ خازن ۱ برابر ۳۷ ولتاژ خازن $C_2=4F$ می باشد. در لحظه ی $t=0$ کلید وصل می شود. ولتاژ دوسر خازن های C_1 و C_2 بعد از وصل کلید چقدر است؟



Amin

Scanned by CamScanner

DATE:

SUBJECT:

برای خازن های موازی وقتی ولتاژ هایشان برابر نیست

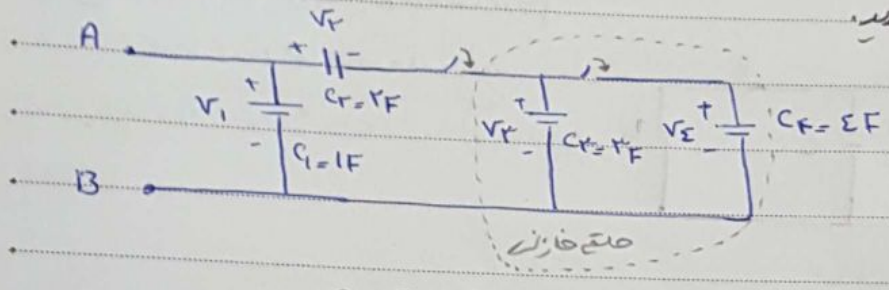
$$V_{C_1}(0^+) = V_{C_2}(0^+) = \frac{q_1(0^-) + q_2(0^-)}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_{C_1}(0^-) + C_2 V_{C_2}(0^-)}{C_1 + C_2}$$ (روش دوم)

$$\frac{1 \times 3 + 2 \times 4}{1+2} = \frac{3+8}{3} = \frac{11}{3} = 3.7$$

مثال: ولتاژ اولیه‌ی خازن‌های مدار شکل زیر قبل از بسته شدن کلیدها صفر است $V_{C_1}(0^-) = 1$

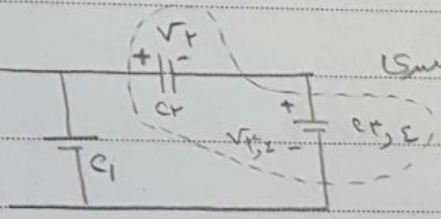
$V_{C_2}(0^-) = 2$، $V_{C_3}(0^-) = 3$ ، $V_{C_4}(0^-) = 4$ است.

در لحظه‌ی $t = 0s$ کلیدها طی همزمان بسته می‌شوند. ظرفیت خازن معادل دیده شده از دو سر A و B و ولتاژ اولیه‌ی آن را به دست آورید.



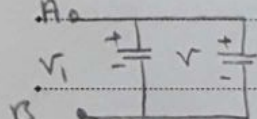
$$V_{3,4}(0^+) \text{ حلقه خازنی} = \frac{C_3 V_3(0^-) + C_4 V_4(0^-)}{C_3 + C_4} = \frac{3 \times 3 + 4 \times 4}{3+4} = \frac{25}{7} \ (V)$$

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 3 + 4 = 7F \quad (C_3 \| C_4)$$



$C_2 \Rightarrow C_{2,3,4}$ سری $= \frac{C_2 C_{3,4}}{C_2 + C_{3,4}} = \frac{2 \times 7}{2+7} = \frac{14}{9}$

$$V_{2,3,4}(0^+) = V_2(0^-) + V_{3,4}(0^-) = 2 + \frac{25}{7} = \frac{39}{7}$$



$$V_{1,2,3,4}(0^+) = \frac{V_1 C_1 + V_{2,3,4} C_{2,3,4}}{C_1 + C_{2,3,4}} = \frac{1 \times 1 + \frac{14}{9} \times \frac{39}{7}}{1 + \frac{14}{9}} = 3$$

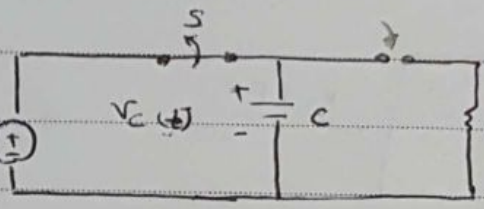
Amin $C_{1,2,3,4} = C_1 + C_{2,3,4} = 1 + \frac{14}{9} = \frac{23}{9}$.

DATE: SUBJECT:

مدارهای تغییر ناپذیر با زمان مرتبه اول (Rc): (مقاومت خازن)

۱- پاسخ ورودی صفر مدار Rc:

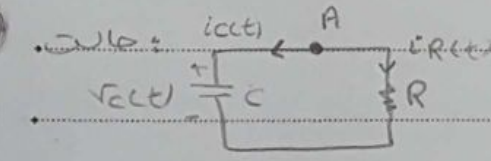
در شکل زیر خازن (LTI) با ظرفیت C و سیمی که منبع ولتاژ ثابت بتانسیل V_0 شده، بسته است.
در لحظه‌ی $t=0s$ بطور همزمان کلید S_1 باز و S_2 بسته می‌شود. در این لحظه خازن شارژ شده و اندازه V_0 از منبع قطع و به مقاومت (LTI) وصل می‌شود. حال می‌خواهیم پاسخ مدار یعنی $V_c(t)$ را بدست آوریم.
(هر چیزهایی که از صورت مدار قطع شده و در زمان‌های کاملاً از صفر مدار قطع شده است)



در لحظه $t=0^-$ خازن شارژ شده $V_c(0^-) = V_0$

$V_c(0^+) = V_c(0^-) = V_0$

حالت: بعد از وصل کلید ها



$$\begin{cases} \text{KCL@A}: i_c(t) + i_R(t) = 0 \\ i_c(t) = C\dfrac{dV_c(t)}{dt} \\ i_R = \dfrac{V_c(t)}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C\frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{V_c(t)}{R} = 0 \quad \Big| \quad \frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{V_c(t)}{Rc} = 0 \rightarrow \text{معادله دیفرانسیل همین}$$

$V_c(0^+) = ?$ $\quad\Big|\quad V_c(\infty) = V_0$

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

① معادله مشخصه $S + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow S = \frac{-1}{RC}$

$V_C(t) = k e^{+st}$

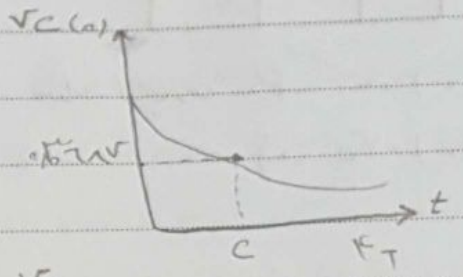
$V_C(t) = k e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$

$V_C(t) = k e^{-\frac{t}{RC}}$

$V_C(0) = V_0$

$V_C(0) = V_0 = k e^{-\frac{0}{RC}} \rightarrow k = V_0$

$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ ← پاسخ ورودی صفر (شرایط اولیه)



۲. پاسخ حالت صفر مدار RC:

توضیحات (۱):

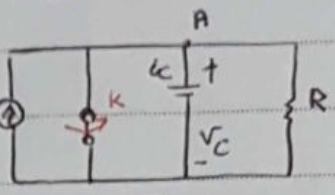
چون در مدار فوق پس از قطع منبع ولتاژ، منبع ورودی وجود ندارد و پاسخ (ولتاژ خازن) فقط در اثر ولتاژ اولیه خازن بدست آمده است بدین سبب این پاسخ را پاسخ ورودی صفر می‌نامیم. در حالت کلی پاسخ ورودی صفر = پاسخ شبکه‌ای که در آن همه منبع‌ها صفر شده‌اند. پاسخ ورودی صفر فقط به شرایط اولیه وابسته است.

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

در مدار شکل زیر کلید k در $t=0$ بسته شده و منبع جریان به مدار RC وصل می‌شود. $v_C(t)$ پاسخ مدار مورد نظر است.



KCL A: $i_C + i_R = I$

$i_C = C\frac{dv_C(t)}{dt}$

شرایط اولیه و یا حالت صفر مدار

$v_C(0^-) = 0$

$v_C(0^-) = v_C(0^+) = 0$

$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{v_R = v_C}{R} = \frac{v_C}{R}$

$v_C(0) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} = I \\ v_C(0^-) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{RC} = \frac{I}{C} \\ v_C(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow v_C(t) = v_k p' + v_{ch}$$

جواب خصوصی — جواب همگن

$\boxed{v_{cp} = RI}$

$v_{ch}(t) = ?$

$$\begin{cases} \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C}{RC} = 0 \end{cases} \rightarrow v_{ch}(t) = ke^{st} = ke^{-\frac{1}{RC}t}$$

$S + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow S = -\frac{1}{RC}$ ریشه مشخصه

$$\begin{cases} v_C(t) = v_p + v_h = RI + ke^{-\frac{t}{RC}} \\ v_C(0) = 0 \end{cases}$$

$v_C(0) = 0 \rightarrow RI + ke^0 \Rightarrow \boxed{k = -RI}$

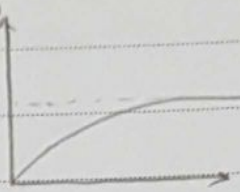
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

$v_c(t) = RI - RI\,e^{\frac{-t}{Rc}}$

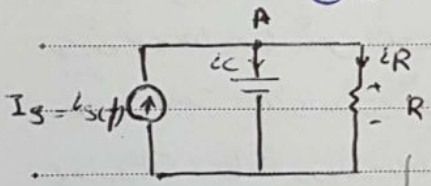
$= RI\,(1 - e^{\frac{-t}{Rc}})\quad t \geq 0$



همان طور که در مثال مشخص شده می‌شود خازن دیگر اولیه ندارد یعنی $v_c(0) = 0$ است و پاسخ (یعنی ولتاژ خازن) تنها در اثر ورودی مدار به دست آمده است به این سبب این پاسخ حالت صفر نامیده می‌شود. در حالت کلی پاسخ حالت صفر به پاسخی اطلاق می‌شود که حالت اولیه‌ی کلیه‌ی عناصر حافظه‌دار مدار (مثلاً خازن) صفر در نظر گرفته می‌شود. پاسخ حالت صفر به ورودی مدار و مشخصات المان‌های مدار بستگی دارد.

حالت ۳: پاسخ کامل مدار RC: پاسخی که هم تحریک ورودی و هم شرایط اولیه روی آن مؤثر باشد پاسخ کامل نام دارد.

بنابراین پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر تنها حالت‌های خاص پاسخ کامل هستند.



$v(t) = ?$

KCL A: $i_C + i_R + i_R = i_S$

$$\begin{cases} i_C(t) = \dfrac{C\,dv_c(t)}{dt} \\ i_R = \dfrac{vR}{R} = \dfrac{v_c(t)}{R} \\ v(0) = V_0 \\ i_S = I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{C\,dv_c(t)}{dt} + \dfrac{v_c(t)}{R} = I \\ v_c(0) = V_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dv_c(t)}{dt} + \dfrac{v_c(t)}{Rc} = \dfrac{I}{C} \\ v_c(0) = V_0 \end{cases} \Rightarrow v_c(t) = v_{cp} + v_{ch}$$

$\boxed{v_c(t) = RI}$

$v_{ch} = ?$ $\quad \dfrac{dv_c(t)}{dt} + \dfrac{v_c(t)}{Rc} = 0 \Rightarrow S + \dfrac{1}{Rc} = 0 \rightarrow S = \dfrac{-1}{Rc}$

$v_{ch} = k e^{\frac{-t}{Rc}}$

Amin

Scanned by CamScanner

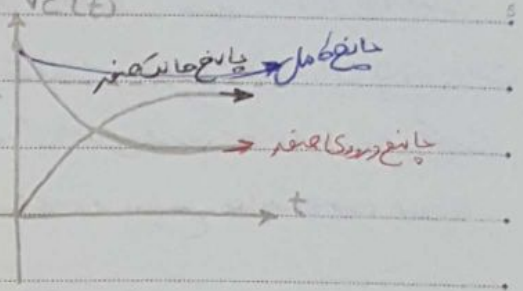
DATE: SUBJECT:

$$\begin{cases} v_c(t) = RI + k e^{\frac{-t}{Rc}} \\ v_c(t) = V_0 \end{cases}$$

$$v_c(0) = V_0 = RI + k \qquad \boxed{k = V_0 - RI}$$

$$v_c(t) = \underbrace{RI}_{\text{پاسخ دائم}} + \underbrace{(V_0 - RI)\, e^{\frac{-t}{Rc}}}_{\text{پاسخ گذرا}}$$

$$= \underbrace{V_0\, e^{\frac{-t}{Rc}}}_{\text{پاسخ ورودی صفر}} + \underbrace{RI\left(1 - e^{\frac{-t}{Rc}}\right)}_{\text{پاسخ حالت صفر}}$$



محاسبه پاسخ کامل مدار مرتبه اول خطی RP و یا RC با ورودی DC از روی شرایط اولیه و نهایی.

روش کلی مدارهای شامل سلف و خازن (از هر مرتبه‌ای) در هر دو حالت گذرا و دائم یکسان است. علاوه بر روش فوق در مدارهای مرتبه اول خطی با ورودی DC پاسخ کامل را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$f(t) = f(\infty) + \left(f(0^+) - f(\infty)\right) e^{\frac{-t}{\tau}}$$

رابطه عمومی بی نهایت ← رابطه همه مرحله

$$f(t) = f(\infty) + f(t_0^+) - f(\infty)\, e^{\frac{-(t-t_0)}{\tau}} \rightarrow \text{ثابت زمانی}$$

t_0^+ لحظه بعد از لحظه t_0 ← عددی در لحظه بی نهایت

$(t = 0^+)$

برای بدست آوردن پارامترهای فوق باید یکی مدار در زمان های $t = t_0^-$ و $(t = 0^-)$ $t = t_0^+$ بدست آوریم و شرایط اولیه و نهایی خازن و همچنین سلف را بدست آوریم.

Amin

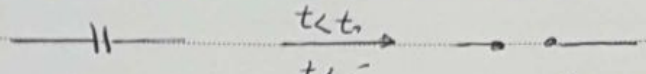
Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

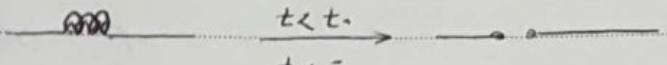
الف) تحلیل در $t=t_0^-$ یا $t<t_0$ برای محاسبه‌ی شرایط اولیه‌ی $v_c(0^-)$ و یا $i_L(0^-)$ (یا $v_L(0^-)$)

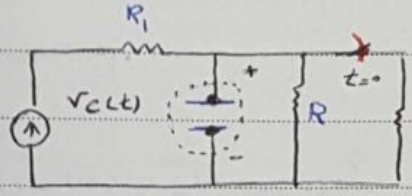
۱. مدار را در لحظه‌ی $t<t_0$ ($t<0$) رسم می‌کنیم. (برای این زمان باید مدار را طبق مدار داده شده در لحظات قبل از t_0 (یا صفر) در نظر گرفت بنابراین مدار باید در حالت بی‌نهایت آن. (قبل از صفر) رسم شود.

۲. در زمان $t<t_0$ یا $t<0$ و $t=0^-$ چون مدار در حالت دائمی و بدون DC است می‌توان برای رسم مدار در $t<0$ به جای خازن مدار باز و به جای سلف اتصال کوتاه قرار داد.



(برای لحظه‌ی بی‌نهایت در حالت دائمی)





$v_c(0^-) = RI_S$

سپس مدار را تحلیل کرده تا مقدار سایر مورد نظرها در $t=t_0^+$ ($t=0^+$) به دست آوریم.

در اکثر موارد به جز حالاتی که جریان سلف یا ولتاژ خازن پیوسته نیست مقادیر به دست آمده همان ولتاژ اولیه‌ی خازن و جریان اولیه‌ی سلف در لحظه‌ی $t=0^+$ ($t=t_0^+$) خواهد بود.

ب) تحلیل در $t=t_0^+$ یا $t=0^+$ برای محاسبه‌ی $P(t_0^+)$:

۱. تحلیل در $t=0^-$ که در مرحله‌ی قبل انجام شد برای محاسبه‌ی شرایط اولیه‌ی $v_c(0^-)$ و $i_L(0^-)$

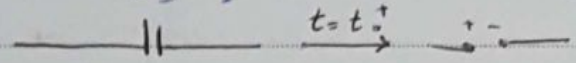
۲. مدار را در $t>t_0$ ($t>0$) رسم می‌کنیم. این زمان لحظه‌ی شروع کار مدار در لحظه‌ی صفر یا حقیقتاً لحظه‌ی بعد از کلیدزنی در مدار است.

Amin

Scanned by CamScanner

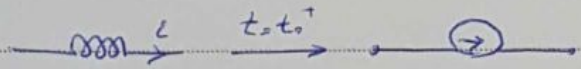
DATE: SUBJECT:

۳- مرحله‌ی مدل‌سازی: در $t=t_0^+$ یا $t=0^+$ (اگر با پالس مواجه نباشیم یعنی $P(t)$ حذف شود. یا دنبال خازن نباشیم) در مدارات RC به جای خازن دوباره‌ی آن را کشیدن تا منبع ولتاژ به اندازه‌ی ولتاژ اولیه‌ی خازن قرار دهیم. (به جز مواردی که ولتاژ خازن دارای جهش ناگهانی است). و حال مدار را حل کرده و $P(t_0^+)$ را به دست می‌آوریم.



حال اگر $V_C(t_0^-)$ برابر صفر باشد و یا $V_C(0^-)=0$ به جای خازن در $t=t_0^+$ اتصال کوتاه قرار دهیم.

در مدارات RL به جای سلف در $t=t_0^+$ ($t=0^+$) یک منبع جریان به اندازه‌ی $I_L(0^-)$ یا $I_L(0^+)$ قرار دهیم.



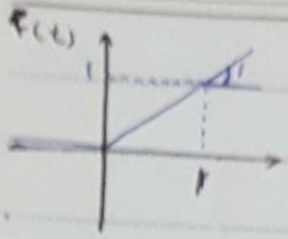
حال اگر $I_L(0^-)$ برابر صفر باشد به جای سلف در $t=t_0^+$ ($t=0^+$) مدار باز قرار دهیم.

Amin

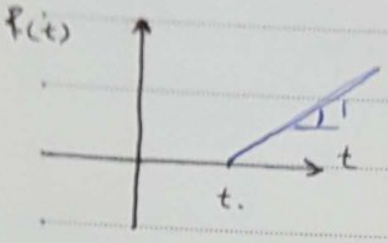
Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

۲) تابع شیب واحد:

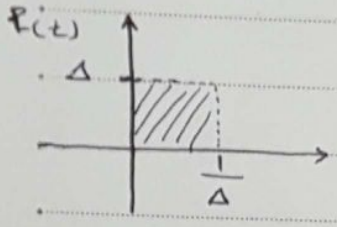


$$r(t) = t\,u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ t & t\geq 0 \end{cases}$$

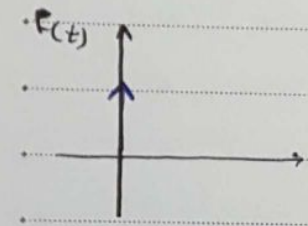


$$r(t) = r(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t<t_0 \\ t & t\geq t_0 \end{cases}$$

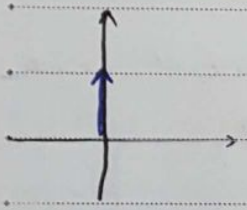
۳) تابع ضربه واحد:

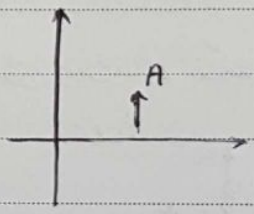


(Δ تابع)

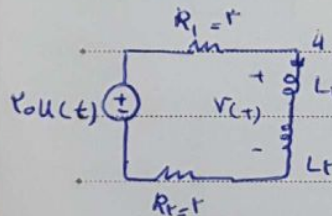


$$p(t) = \delta(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t=0 \\ 0 & t>0 \end{cases}$$



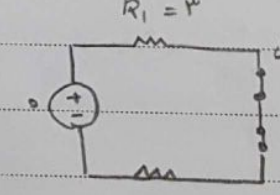


مدار شکل زیر در $t=0$ کلید است. v_t را بیابید.



$$v(t) = v(\infty) + (v(0^+) - v_\infty)\,e^{-t/\tau}$$

$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$



$$i_L = i_f = i_f(\infty) + (i_L(0^+) - i_f(\infty))\,e^{-t/\tau}$$

① $i_f(0^-) \rightarrow t = 0^-$ مدار در حالت ماندگار

$i_L = 0$

Amin

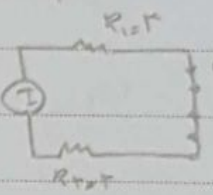
Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

① $i_1(0^+) = ?$

$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0 \Rightarrow$ جریان سلف پیوسته است.

② $i_1(\infty) = ?$ ← سلف مدار جایگزین ∞ سیم

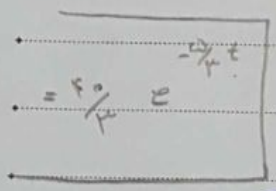


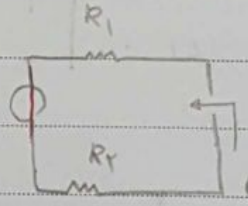
$i_1(\infty) = \frac{۲۰}{R_1+R_2} = \frac{۲۰}{۵} = ۴\ (A)$

③ $\tau = ? = \frac{L_{eq}}{R_{eq}}$

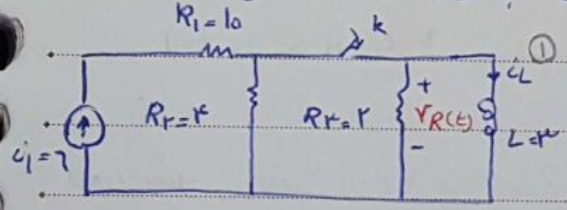
$R_{eq} = R_1 + R_2 = ۵$ $\quad L_{eq} = L_1 + L_2 = ۴$ $\quad \tau = \frac{۴}{۵}$

$i_1(t) = ۴ + (۰ - ۴)\, e^{-\frac{۵}{۴}t}$ $\quad v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} = ۲ \times ۴ \times \frac{۵}{۴} e^{-\frac{۵}{۴}t}$

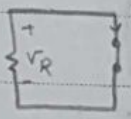


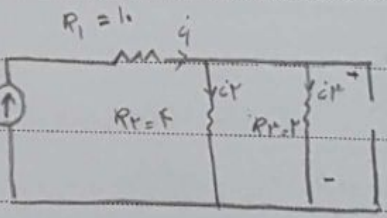


- مثال دوم $t=0$ بسته می‌شود. $v_{R(t)}$ را برای زمان‌های مثبت از صفر به دست آورید.



① $i_L(0^-) = ?$





② $v_R(0^+) = ?$ $\quad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$

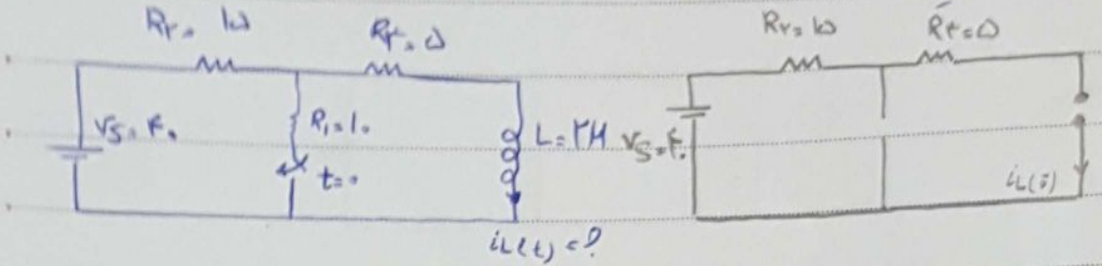
$i_3 = \frac{R_2}{R_2+R_3} i_1 = \frac{۴}{۲+۴} \times ۶ = ۴\ A$ $\quad v_{R_2}(0^+) = R_2 i_3 = ۲ \times ۴ = ۸\ V$

Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

در مدار شکل زیر کلید برای مدت طولانی باز بوده و در $t=0$ بسته می‌شود. مقادیر جریان سلف را برای $t=0^-$ و $t=0^+$ بدست آورید.

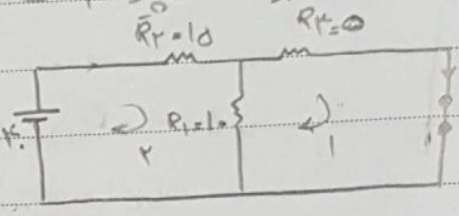


① $i_L(0^-)=?$

$$i_L(0^-)=\frac{40}{R_2+R_3}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2} \leftarrow i_L(\infty)=\frac{V_S}{R_2+R_3}=\frac{40}{20}=2$$

② $i_L(0^+)=?$ $\quad i_L(0^+)=i_L(0^-)=2 \Rightarrow$ جریان سلف پیوسته است

③ $i_L(\infty)=?$ $\longrightarrow$ رسم مدار در حالت پایدار



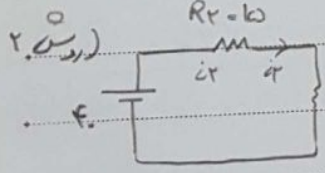
$$KVL(1) \Rightarrow R_2 I_1 + R_1(i_1-i_2)=0$$

$$(R_2+R_1)i_1 - R_1 i_2 = 0$$

$$KVL(2) \Rightarrow R_2 i_2 + R_1(i_2-i_1)=40 \longrightarrow -R_1 i_1 + (R_1+R_2)i_2 = 40$$

$$\begin{cases} 10i_1 - 10i_2 = 0 \\ -10i_1 + 20i_2 = 40 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3i_1 - 2i_2 = 0 \\ -2i_1 + 5i_2 = 8 \end{cases}$$

$$i_1=\frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}=\frac{16}{15-4}=\frac{16}{11}=1.45$$



$R_2 \parallel R_1 = \frac{10}{3}$

$$i_2=\frac{40}{10+10/3}=\frac{120}{40}=\frac{24}{11}$$

$$i_L(\infty)=\frac{R_1}{R_1+R_2}\times i_2=\frac{10}{15}\times\frac{24}{11}=\frac{16}{11}=1.45$$

Amin

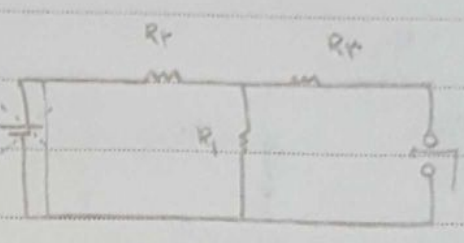
①

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

★ $i_L(t) = i_L(\infty) + (i_L(0^+) - i_L(\infty))e^{-t/\tau}$ حذف منبع و بستن مدار اتصال کوتاه

④ $\tau = \frac{L}{Req}$

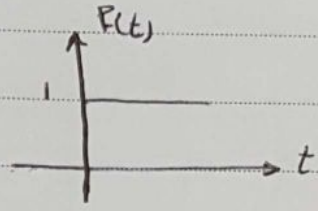


$Req = (R_2 \parallel R_1) + R_4 = (2+4) = 11 \rightarrow \tau = \frac{2}{11}$

★ $i_L(0^+) = 1.25 + (2 - 1.25)e^{-\frac{11t}{2}}$

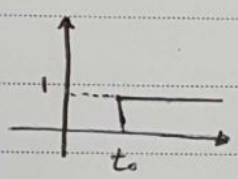
- بررسی انواع توابع:

الف) تابع پله واحد:

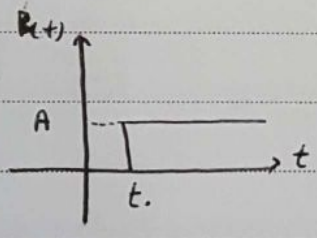


$P(t) = u(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$

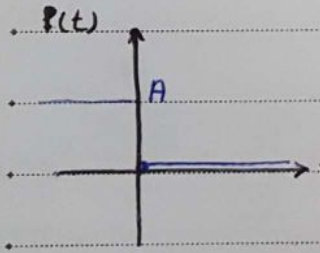
تابع پله واحد یا استپ



$P(t) = u(t) - u(t_0) = \begin{cases} 0 & t<t_0 \\ 1 & t \geq t_0 \end{cases}$



$P(t) = Au(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t<t_0 \\ A & t \geq t_0 \end{cases}$



$P(t) = Au(-b) = \begin{cases} A & t<0 \\ 0 & t>0 \end{cases}$

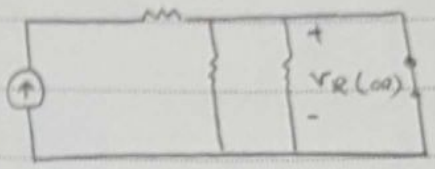
Amin

Scanned by CamScanner

DATE: SUBJECT:

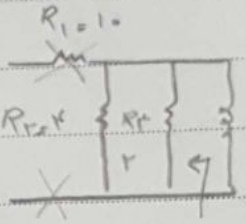
$v_{R(\infty)} = ?$

$v_{R(\infty)} = \infty$



$\tau = \frac{L}{Req} = ?$

$Req : R_1 \parallel R_2 = 8/4 = 4/3 \qquad \tau = 9/5$



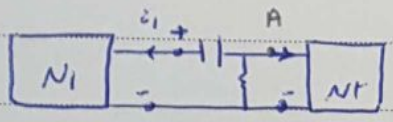
$v_R(t) = 0 + (8 - 0)\, e^{-4/9\, t}$

- تعدیل سری ۱ و ۲:

این دو شبکه با مطابق شکل همراه با یک منبع ولتاژ وابسته مقاومت معادل می‌گیریم.

الف) مقدار i_1 و i_2 و i_R را به دست آورید.

ب) به جای شبکه‌های N_1 و N_2 چه مدار معادلی می‌توان نوشت؟



الف) $i_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_2}{3} \Rightarrow V_2 = 3 i_R \longrightarrow \boxed{2 i_2 = 3 i_R}$ (1)

KVL ① $\Rightarrow -V_1 - 4 + R i_R = 0 \Rightarrow -2 i_1 - 8 - 4 + 3 i_R = 0 \longrightarrow \boxed{2 i_1 - 3 i_R = -12}$

① ② $\Rightarrow 2 i_1 - 2 i_2 = -12$ (4) $\boxed{i_1 - 3 i_2 = -6}$

$\boxed{KCL\ A: i_1 + i_2 + i_R = 0}$ (3)

① = ③ $\Rightarrow i_1 + i_2 + 2 i_1 = 0 \rightarrow i_1 + 3 i_2 = 0$ (5)

$\begin{cases} i_1 - 3 i_2 = -6 \\ i_1 = -3 \end{cases} \quad \boxed{i_2 = 1}$

Amin

(۳)

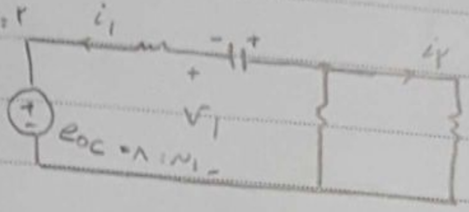
Scanned by CamScanner

DATE:

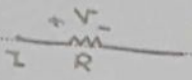
SUBJECT:

ب) مدار معادل طبق این شرایط $x_1 : V = 2i + 8$ (α, β) معادل تونن است $V = \alpha I + \beta$

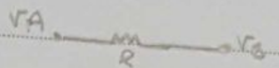
از این رابطه به مدار تونن تبدیل می‌شود.



$R_{eq} = 2$, $e_{oc} = 8$

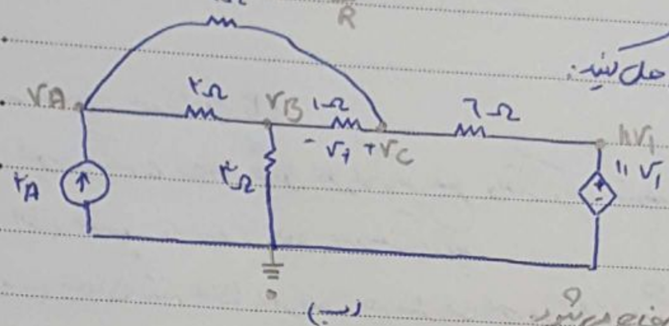


$i = \frac{V}{R}$



$i = \frac{V_A - V_B}{R}$

سوال ۳) به کمک تجزیه و تحلیل گره مدارهای زیر را حل کنید:



(ب)

به این علت اتصال زمین ... است

در نتیجه $11V_1$ می‌شود

یک سوپر گره داریم.

در KCL_A جریان‌هایی که به A وارد می‌شود از آن خارج می‌شود.

$V_1 = V_C - V_B$

KCL A: $4 = \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_C}{R_3} \Rightarrow 5V_A - 3V_B - 2V_C = 12$ (1)

KCL B: $\frac{V_B - V_A}{R_2} + \frac{V_B - 0}{R_4} + \frac{V_B - V_C}{R_1} = 0 \Rightarrow 3V_A + 11V_B - 6V_C = 0$ (2)

KCL C: $\frac{V_C - V_B}{R_1} + \frac{V_C - 11V_1}{R_5} + \frac{V_C - V_A}{R_3} = 0 \rightarrow -2V_A + 5V_B - 7V_C = 0$ (3)

$$V_A = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -3 & 2 \\ 0 & 11 & -6 \\ 0 & 5 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -3 & -2 \\ -4 & 11 & -6 \\ -2 & 5 & -7 \end{vmatrix}} =$$

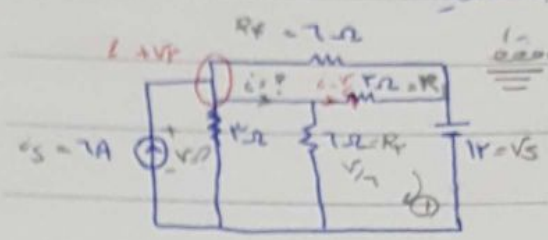
Amin

Scanned by CamScanner

Meme No.
Date

سوال ۴: مدار های شکل زیر و ولتاژ V_5 و جریان i را بدست آورید.

ابتدا جریان ها مشخص میکنیم تا بتوانیم بعد از آن معادله KVL را بنویسیم.



$$i_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{V}{R_1} = \frac{V}{3}$$

$$i_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V}{2} \qquad i_{R_4} = 7 - i - \frac{V}{3}$$

$$KVL\,①: \; V_S - R_2 i_{R_2} + R_4 (i - \frac{V}{2}) = 12 - 2 \times \frac{V}{2} + 3(i - \frac{V}{2})$$

$$12 - V + 3i - \frac{12V}{8} = \frac{24 - 3V + 6i - V}{2} = \frac{24 - 3V + 6i}{2} = \boxed{-\frac{3}{2}V + 3i = -12} \; ①$$

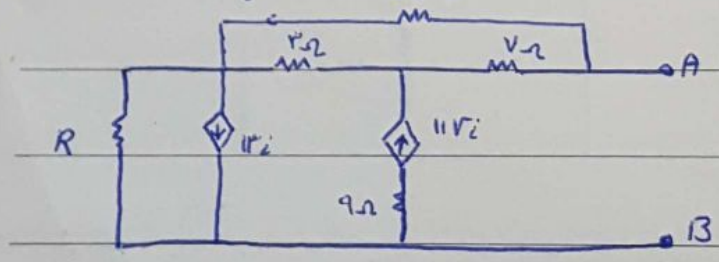
$$KVL\,②: \; R_4 i_{R_4} - i_{3\Omega}(i - \frac{V}{2}) = 0 \qquad 2(7 - i - \frac{V}{3}) - 3(i - \frac{V}{2}) = 0$$

$$\boxed{\frac{3}{2}V + 9i = 42} \; ② \qquad ①, ② \Rightarrow V = 0 \qquad i = ?$$

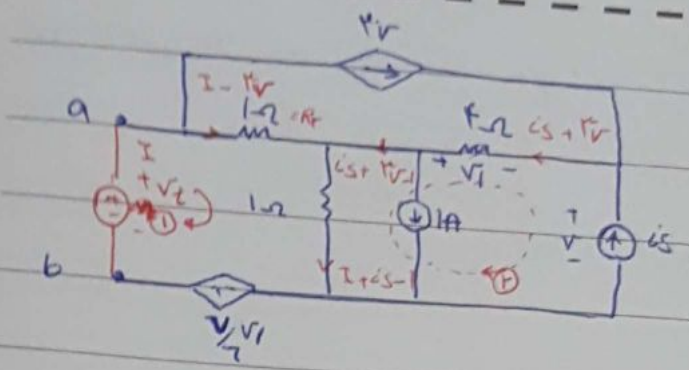
تمرین سری دوم سوال ۱:

- برای هر مدار رابطه $V - I$ به صورت $V = \alpha I + \beta$ بدست آورید.

(حل برعکس)



Scanned by CamScanner



KVL ①: $-V_t + R_2(I_t - 2V) + R_1(I_t + i_s - 1) - \frac{V_1}{2} V_1 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{V_t = (R_1 + R_2) I_t + R_1 i_s - 2R_2 V - \frac{V_1}{2} V_1 - R_1} \quad ①$$

$$\begin{cases} i_{R_2} = i_s + 2V \\ i_{R_2} = \frac{V_1}{R_2} \end{cases} \rightarrow \frac{V_1}{4} = i_s + 2V \Rightarrow \boxed{V_1 = 4 i_s + 12V} \quad ②$$

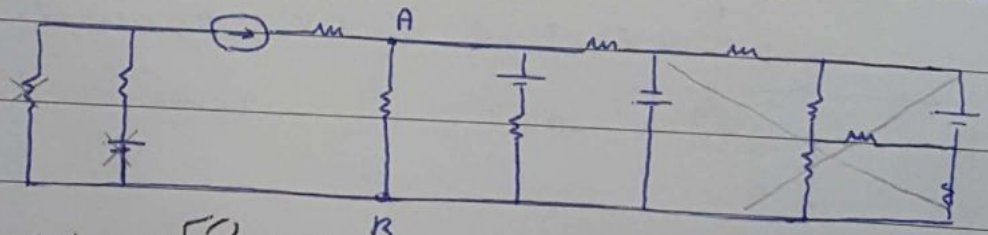
KVL ③ $\Rightarrow V - R_1(I_t + i_s - 1) - V_1 = 0 \Rightarrow \boxed{V = I_t + i_s - 1 + V_1}$ ③

③ جایگذاری ① $\Rightarrow V_t = 2 I_t + i_s - 2V - \frac{V_1}{2}(4 i_s + 12V) - 1 \Rightarrow \boxed{2 I_t - \frac{11}{2} - i_s - 1V V_{-1}}$ ④

② → ③ $\Rightarrow V = I_t + i_s - 1 + 4 i_s + 12V \Rightarrow \boxed{-11V = I_t + 5 i_s - 1}$ ⑤

۵ → ۴ $\boxed{V_t = \alpha I + \beta}$

⑤ مدار معادل تونن دوسر A و B رسم کنید.



note: در تبدیل مدار هر چیزی سری با منبع جریان حذف است. (چون جریان آن را عوض نمی‌کند)

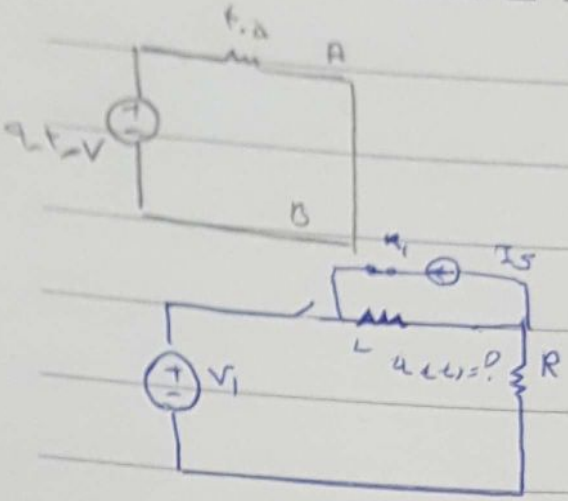
و هر چیز موازی با منبع ولتاژ حذف است. (زیرا ولتاژ آن را عوض نمی‌کند)

CLASSIC A-M

Scanned by CamScanner

Mo Tu We Th Fr Sa Su
Meme No.
Date / /

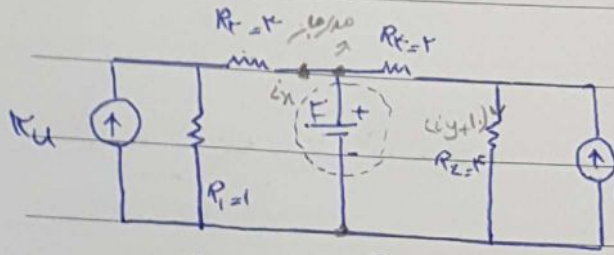
ابتدا مدار مسئله را بدون خازن ساده می‌کنیم



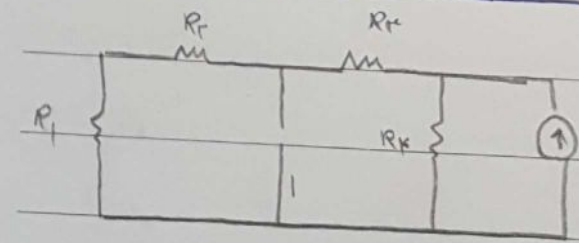
$$i(t) = i_L(\infty) + (i_L(0^+) - i_L(\infty))\, e^{-t/\tau}$$

$$i_L(0^-) = I_S = i_L(0^+)$$

$$i_L(\infty) = \frac{V_1}{R} \qquad Req = R \qquad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$



$$v_c(t) = v_c(\infty) + (v_c(t) - v_c(\infty))\, e^{-t/\tau}$$



$$v_c(0^-) = 17 = v_c(0^-)$$

$$i_x = \frac{R_K}{R_1+R_3+R_4} \times V_S = \frac{K}{1+۲+۲+K} \times I_0 = \frac{K}{10} \times ۲۰ = \boxed{K}$$

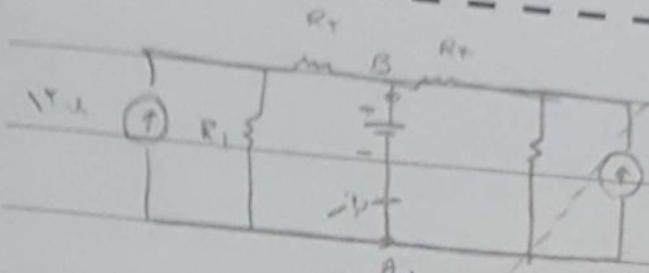
$$v_c(0^-) = R_3 i_x + R_1 i_x$$

$$v_c(0^-) = (R_3 + R_1) i_x = (۲+1) \times ۵ = 17$$

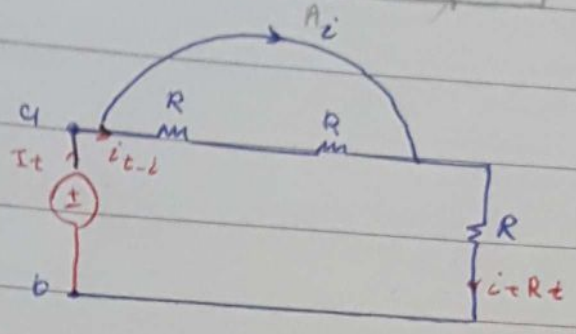
$$\boxed{v_c(0^-) = 17}$$

Scanned by CamScanner

Mo Tu We Th Fr Sa Su
Meme No.
Date



چون منبع جریان حذف میشود،
ولی آلم منبع ولتاژ است ← اتصال کوتاه



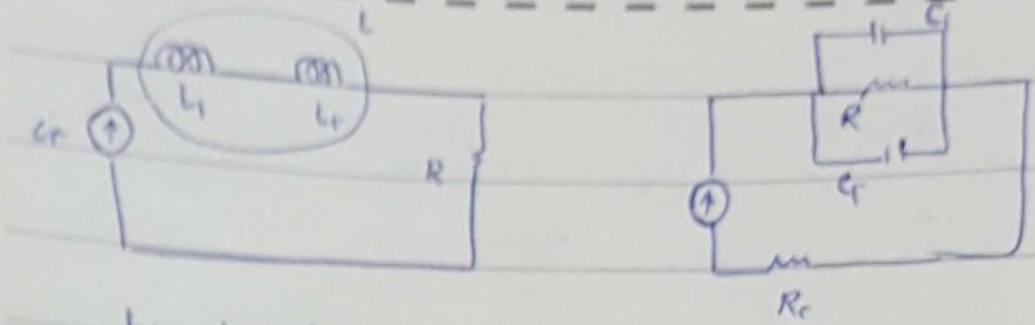
$V = \alpha I + \beta$

KVL: $-V_t + R(i_t - i) = 0$

CLASSIC A-M

Scanned by CamScanner

Meme No.
Date / /



$\frac{C_1 \parallel C_2}{C_1}$ معادل

$L_1 + L_2 = L$ سری

حریه مدت اول

$\frac{1}{dt^2}\frac{d^2y}{dt^2} + 2\alpha\frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 y = 0$ (معادله از دوری و مشخصات آن)

ω_0 = فرکانس تشدید α = ضریب تضعیف

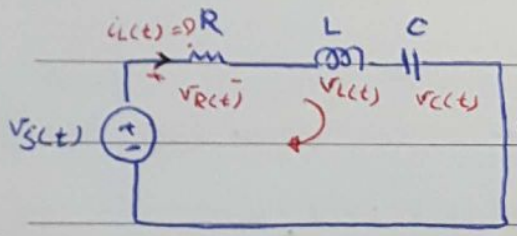
Q = ضریب کیفیت $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$

یادآوری

$v_{R(t)} = R\, i_R(t)$

$\begin{cases} i_L(t) = I_0 + \frac{1}{L}\int_0^t v_L(t)dt \\ v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \end{cases}$

$\begin{cases} v_C(t) = V_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)dt \\ i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} \end{cases}$



* مدار سری RC: KVL: $v_S(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$

$i_R = i_L = i_C$

$v_S(t) = R\,i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} + V_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i_L(t)dt$

از طرفین مشتق گرفته و V_0 حذف شد

$\frac{dv_S(t)}{dt} = R\frac{di_L(t)}{dt} + L\frac{d^2i_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{C}i_L(t)$

$\frac{d^2i_L(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{LC}$

$i_L(t) = \frac{1}{L}\frac{dv_S(t)}{dt}$ ①

$2\alpha = \frac{R}{L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $Q = \frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{\frac{R}{L}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

CLASSICOA–M

Scanned by CamScanner

Mo Tu We Th Fr Sa Su

Meme No.

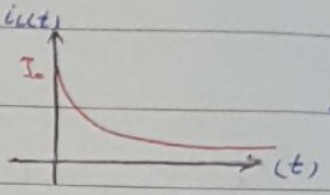
Date

① معادله مشخصه $s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$

$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$ $\quad s_1, s_2 = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{d i_L(t)}{dt} + \omega_0^2 i_C(t) = \frac{1}{L}\frac{dv_S(t)}{dt}$$

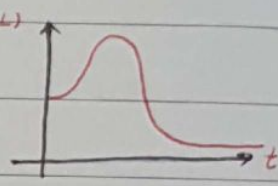
حالت اول:



۱) $\alpha > \omega_0$ (دو ریشه حقیقی) $\Rightarrow$ میرای بیش

$i_L(t) = k_1 e^{s_1(t)} + k_2 e^{s_2(t)}$

(میرای کم)

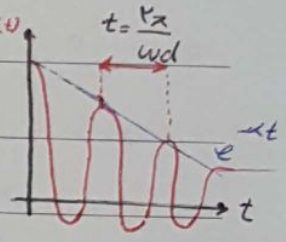


۲) $\alpha = \omega_0$ $\quad s_1 = s_2 = -\alpha$ دو ریشه حقیقی داریم.

$i_L(t) = k_1 e^{-\alpha t} + k_2 t e^{-\alpha t} = e^{-\alpha t}(k_1 + k_2)\, t$

میرای ضعیف

۳) $\omega_0 > \alpha$ $\quad s_1, s_2 = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ دو ریشه مختلط



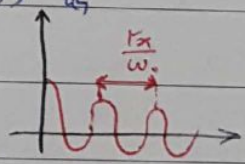
$\omega_d = \omega^2 - \alpha^2$ فرکانس نوسانات میراشونده

$s_1, s_2 = -\alpha \pm j\omega_d$

$i_L(t) = e^{-\alpha t}(A\cos\omega_d t + B\sin\omega_d t) = K e^{-\alpha t}\cos(\omega_d + \theta)$

۴) $\alpha = 0 \rightarrow s_1, s_2 = \pm j\omega_0 \Rightarrow$ دو ریشه موهومی مزدوج نوسانات پایدار آنند

$i_L(t) = A\cos(\omega t + B\sin\omega_0 t = K\cos(\omega_0 t + \theta)$ یا



برای این سه حالت نوسانی دایره چه شرطی داریم؟ ① $\alpha = 0$ ② $\omega_0^2 > 0$ باید باشد.

معنی ضعیف و ...

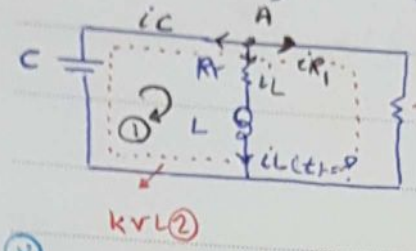
CLASSIC A–M

Scanned by CamScanner

Subject :

Year : Month : Date :

- ابتدا برای R_1 مدار را طوری تعیین کنید که مدار زیر نوسانی شود.



KCL A: $i_C(t) + i_L(t) + i_{R_1}(t) = 0$

بوجب نامگذاری.

KVL ②

① $C\frac{dV_C(t)}{dt} + i_L + \frac{1}{-R_1} V_{R_1}(t) = 0$

KVL ① $\Rightarrow V_C(t) = V_{R_2}(t) + V_L(t) = R_2 i_L(t) + L\frac{di(t)}{dt}$ ③

$-R_1 \| C \Rightarrow V_C(t) = V_{-R_1} = R_2 i(t) + L\frac{di(t)}{dt}$ ③'

③، ③' $\xrightarrow{\text{در}}$ ① $\Rightarrow C\frac{d}{dt}(R_2 i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt}) + i_L(t) + \frac{1}{-R_1}(R_2 i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt}) = 0$

$C R_2 \frac{di_L(t)}{dt} + LC\frac{di_L(t)}{dt^2} + i_L(t) - \frac{1}{R_1} R_2 i_L(t) - \frac{L}{R_1}\frac{di_L(t)}{dt} = 0$

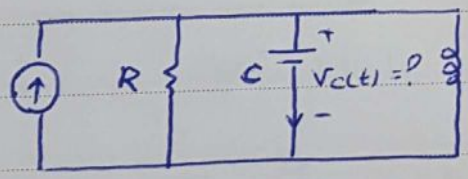
$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC}\left(CR_2 - \frac{L}{R_1}\right)\frac{di_L(t)}{dt} + \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) i_L(t) = 0$

برای نوسانی شدن $\Rightarrow \omega_0^2 = \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)$ و $2\alpha = \frac{1}{LC}\left(CR_2 - \frac{L}{R_1}\right)$

برای نوسانی بودن: $\omega_0^2 > 0 \Rightarrow 1 - \frac{R_2}{R_1} > 0 \Rightarrow R_1 > R_2$

$\alpha = 0 \quad CR_2 - \frac{L}{R_1} = 0 \Rightarrow CR_1R_2 = L$

تمرین: در مدار شکل زیر یک مدار RLC موازی است. مقاومت منفی چقدر باشد تا پاسخ مدار به جهش منبع جریان ثابت، نوسانی شود؟ ω_0 را تعیین کنید.



Scanned by CamScanner

Subject:

Year Month Date ( )

فقط در حالت دائمی sin ها با شرایط اولیه صفر پاسخ خواسته می‌شود. این پاسخ تنها در مورد ورودی sin حاصل شده و شرایط اولیه ورودی DC شبیه ندارد.

بنابراین هرجا، در هر مسئله‌ای پاسخ حالت دائمی sin بود. این شرایط اولیه و ورودی DC ورودی‌ها را صفر می‌کنیم.

فازور:

- در مدارهای مورد بررسی مقدار ω ثابت است. یعنی اندازه ورودی یک سینوسی با فرکانس ω ثابت است. تمامی ولتاژها و جریان‌ها هم با همان فرکانس ω می‌باشد. پس صرف نظر از مقدار ω که از روی فرکانس ورودی قابل محاسبه است باید به دو مقدار دامنه و فاز بپردازیم. (برای هر المان)

برای این منظور و جهت دقیق و تحلیل از روش فازوری استفاده می‌کنیم. که به صورت زیر تعریف می‌شود.

فازور $\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \\ X = A\angle\phi = Ae^{j\phi} = A\cos\phi + jA\sin\phi \end{cases}$

امپدانس برابر است با فازور ولتاژ دو سر عنصر تقسیم بر فازور جریان آن:

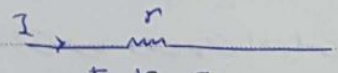
$$Z = \frac{V}{I}$$

ادمیتانس برابر است با فازور جریان عبوری تقسیم بر ولتاژ دو سر آن.

$$Y = \frac{I}{V} \quad \text{یا} \quad Y = \frac{1}{Z}$$

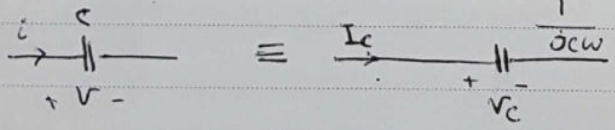
- در روش فازوری تمامی عناصر اعم از مقاومت، سلف و خازن را از چشم مقاومت یا امپدانس می‌بینیم. و معادل آن‌ها را در مدار جایگزین می‌کنیم.

- مدار عناصر در حالت فازوری:



الف) مقاومت:

$V = RI \qquad |V| = R|I| \qquad \angle V = \angle I$ ← هم فاز



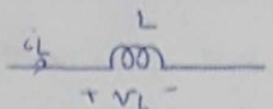
ب) خازن:

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I_C \qquad |V_C| = \frac{1}{\omega C}|I_C| \qquad \angle V_C = \angle I_C - 90$$

Sunwood

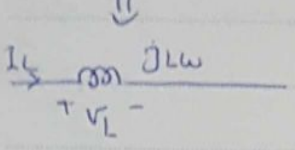
Scanned by CamScanner

ج) سلف:



$$v_L = j L\omega I_L$$

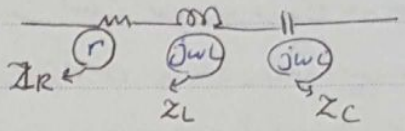
$$|V_L| = L\omega |I_L|$$



$$\angle V_L = \angle I_L + 90^\circ$$

به هم بستن عناصر در حالت فازوری:

الف) حالت سری:



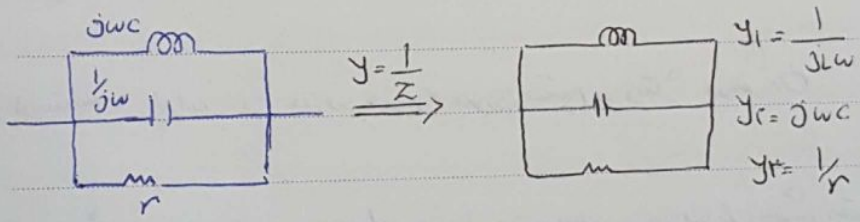
$$Z_t = \sum_{i=1}^{\infty} Z_i$$

$$Z_t = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= Z_R + Z_L + Z_C$$

ب) موازی:

$$Y_T = \sum_{r=1}^{\infty} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots$$



نکته: پس از انتقال مدار به حالت فازوری نوشتن معادل فازور عناصر و قدم به قدم مدار همانند مدارهای مقاومتی پیش می‌رویم. تحت این شرایط تمامی روابط تعریف شده برای مدارهای مقاومتی برای این نوع مدارات صادق بوده و می‌توان امپدانس معادل (مقاومت معادل) مدار معادل تونن و مدار معادل نورتن را همانند روش‌های گفته شده و بعضی روش‌های نگفته شده به دست آورد.

Sunwood

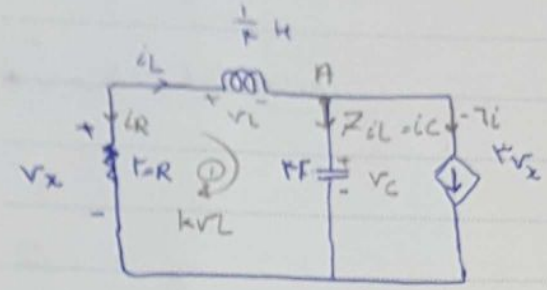
Scanned by CamScanner

Subject:

Year: Month: Date: ( )

- مثال: ابتدا معادله دیفرانسیلی برای i_L تشکیل دهید و سپس با شرط اولیه صفر $i_L(t)$ را بیابید.

شرط مسئله: $i_L(0)=1$



$i_R = \frac{v_x}{2}$ $\quad i_R = -i_L$ $\quad v_C(0)=-2$

$\frac{v_x}{2} = -i_L \Rightarrow \boxed{v_x = -2i_L}$

$4v_x = 4(-2i_L) = -7i_L$

KCL A: $i_L = i_C - 7i_L \Rightarrow \boxed{i_C = 7i_L}$

KVL①: $-v_x + v_L + v_C = 0 \Rightarrow -(-2i) + \frac{1}{4}\frac{di}{dt} + v_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t \underbrace{7i_L(t)}_{i_L} dt = 0$ *

مشتق بگیر $\rightarrow$ $2\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{4}\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{4}\times 7 i_L(t) = 0$

$\Rightarrow \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 8\frac{di_L}{dt} + 7 i_L(t) = 0$ $\quad s^2+8s+7=0 \Rightarrow s_1=-1 \quad s_2=-7$

** $i_L(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} = k_1 e^{-t} + k_2 e^{-7t}$

$i_L(0)=1$ $\rightarrow$ $\boxed{i_L(0) = 1 = k_1 + k_2}$ ①

چون بازه $(0^-,0)$ است

* $(t=0^-)$ $\rightarrow$ $2i_L(t) + \frac{1}{4}\frac{di_L(0)}{dt} + v_C(0) + \frac{1}{4}\int_0^{0^-} 7 i_L(t)dt = 0$

$2 + \frac{1}{4}\frac{di_L(0)}{dt} + (-2) = 0 \rightarrow \frac{di_L(0)}{dt} = 0$

** مشتق بگیر $\rightarrow$ $\frac{di_L(t)}{dt} = k_1 s_1 e^{s_1 t} + k_2 s_2 e^{s_2 t}$

$\frac{di_L(0)}{dt} = 0 = k_1(-1) + k_2(-7)$ $\quad \boxed{0 = -k_1 - 7k_2}$ ②

① ② $\rightarrow$ $\boxed{k_1 = \frac{7}{6}}$ $\quad \boxed{k_2 = \frac{-1}{6}}$

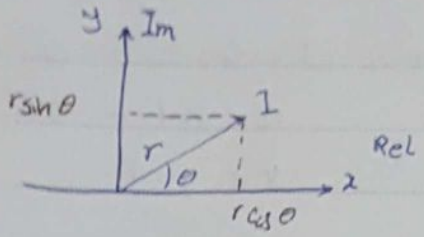
$\boxed{i_L(t) = \frac{7}{6}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{-7t}}$

Sunwood

Scanned by CamScanner

Subject:

Year. Month. Date. ( )



فصل 5) تجزیه و تحلیل حالت دائم سینوسی:

* یادآوری از اعداد مختلط:

$$z = re^{j\theta} = |z| e^{j\theta}$$

$$z = x + jy = r\cos\theta + r\sin\theta$$

$$|z| = r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \angle z = \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$z^* = x - jy = re^{-j\theta} \qquad |z| = |z^*|, \ \angle z = \angle -z^*$$

$$\begin{cases} z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 e^{j\theta_1} \\ z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 e^{j\theta_2} \end{cases} \rightarrow z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + j(y_1 \pm y_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

$$z_1 \cdot z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 + j(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

$$z \cdot z^* = x^2 - y^2$$

$$aj = a\angle 90 \qquad -aj = a\angle -90$$

$$j = 1\angle 90^\circ \qquad j^2 = -1 \qquad -j = 1\angle -90 \qquad -1 = 1\angle -180$$

$$a = a\angle 0$$

زاویه

- پاسخ حالت دائم سینوسی:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{dy^{n-1}}{d^{n-1}} + \cdots + a_0 y = A\cos(\omega t + \alpha)$$

فاز ← فرکانس ← دامنه

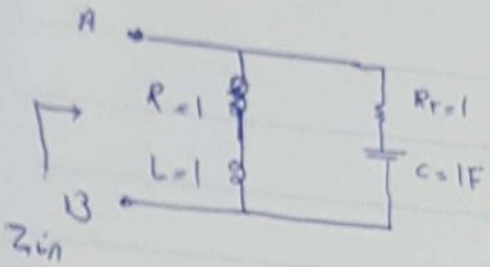
$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} k e^{sit} + B\cos(\omega t + \theta)$$

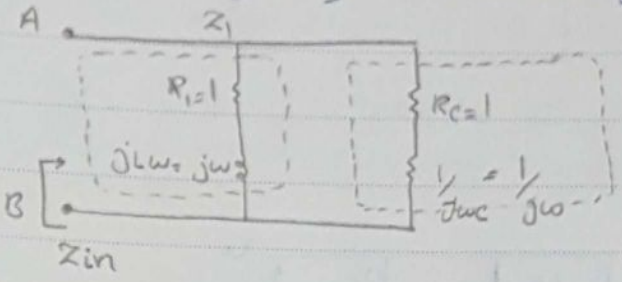
Sunwood

Scanned by CamScanner

Year. Month. Date. ( )

مثال امپدانس ورودی شبکه‌های زیر را بیابید.





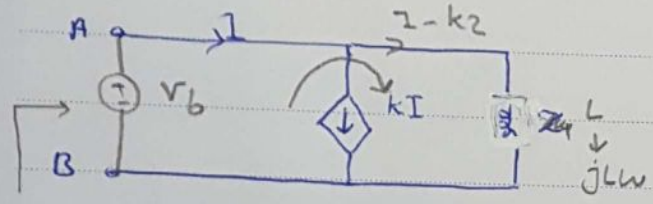
$Z_1 = 1 + jw \rightarrow Y_1 = \frac{1}{1+jw}$

$Z_2 = 1 + \frac{1}{jw} \rightarrow Y_2 = \frac{1}{1+\frac{1}{jw}}$

$Z_{in} = Z_1 \parallel Z_2$

$Y_{in} = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{1+jw} + \frac{1}{1-jw} = \frac{1-\frac{j}{w}+1+\frac{j}{w}}{(1+jw)(1-jw)}$

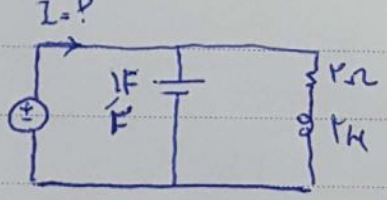
$= \frac{2+j(w-\frac{1}{w})}{2+j(w-\frac{1}{w})} = 1 \qquad Y_{in} = 1 \qquad Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = 1 \angle 0^\circ$

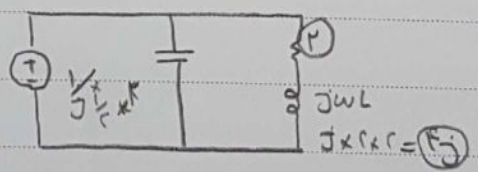


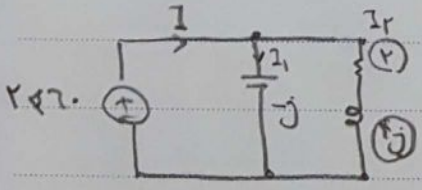
$V = jwL(I - kI)$

$= jwLI(1-k) \qquad V = \alpha I \qquad \alpha = Z_{in}\, jwL(1-k)$

مثال: جریان I را بیابید.







$I = I_1 + I_2$

$I_1 = \frac{V}{Z} = \frac{240\angle 0^\circ}{-j} = 240\angle 90^\circ = 240\angle 90^\circ = 240\angle 90^\circ$

$I_2 = \frac{V}{Z} = \frac{240\angle 0^\circ}{2+4j} = \frac{240\angle 0^\circ}{(2+4j)} \frac{(2+4j)}{(2-4j)} = \frac{240\angle 0^\circ (2-4j)}{4+16} =$

Sunwood

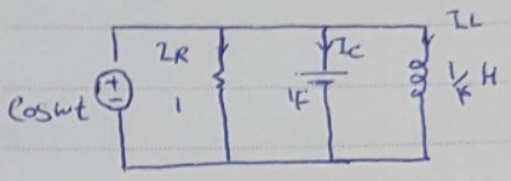
Scanned by CamScanner

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{(20\angle 0^\circ)(\sqrt{10}\angle -18.4^\circ)}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}\angle 0^\circ + 18.4^\circ$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = 20 - \frac{\sqrt{10}}{5}\angle 0^\circ + 18.4^\circ$$



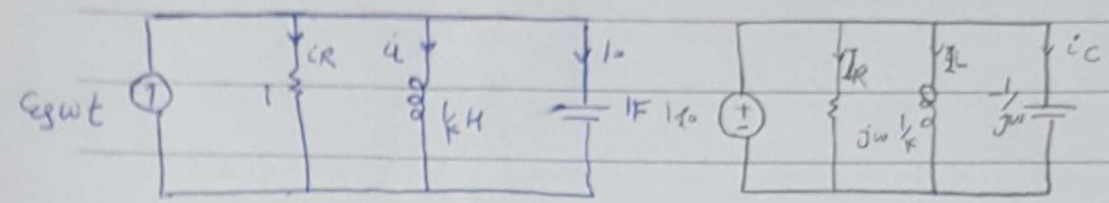
$\omega = 1, 2, 4$

Sunwood

Scanned by CamScanner

Subject: تمرین های تاریخ Date: ۱۰/۱۱

فقط ← حروف بزرگ



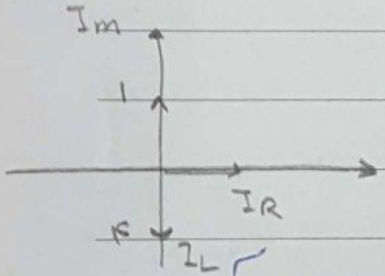
$$I_R = \frac{V_R}{1} = \frac{10}{1} = 10 \quad (A)$$

$$I_L = \frac{V_L}{\frac{1}{4}jw} = \frac{10}{\frac{1}{4}jw} \cdot \frac{4}{jw} = \frac{-4}{w}j$$

$$I_C = \frac{V_C}{\frac{1}{jw}} = \frac{10}{\frac{1}{jw}} = jw\,10$$

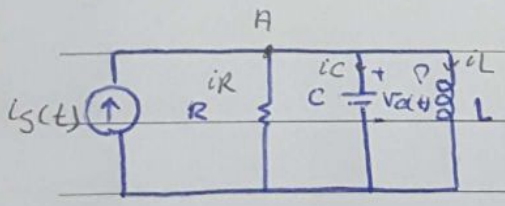
$w=1 \rightarrow \begin{cases} I_R = 1 \\ I_L = -4j = 4\angle -90 \\ I_C = j10 = 1j\angle 90 \end{cases}$

$w=2 \begin{cases} I_R = 1 \\ I_L = -2j = 2\angle -90 \\ I_C = 2j = 2\angle 90 \end{cases}$



(نمودار زیر هم سنت)

در مدار شکل زیر که یک مدار RLC موازی است. مدار در فرکانس رزونانس چند درجه است؟ آن را بدست آورده و مدار را بر حسب مقادیر مختلف w_0 تحلیل کنید.



KCL A: $i_R + i_C + i_L = i_S(t)$ ← $v_L(t)$، $v_C(t)$

$$\frac{V_C}{R} + C\frac{dv_C(t)}{dt} + I_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v_L(t)dt = i_S(t)$$

Scanned by CamScanner

Subject: Date:

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{dv_c(t)}{dt} \times \frac{1}{R} + C\frac{dv_c(t)}{dt^2} + \frac{1}{L} v_c(t) = \frac{d\,i_s(t)}{dt}$$

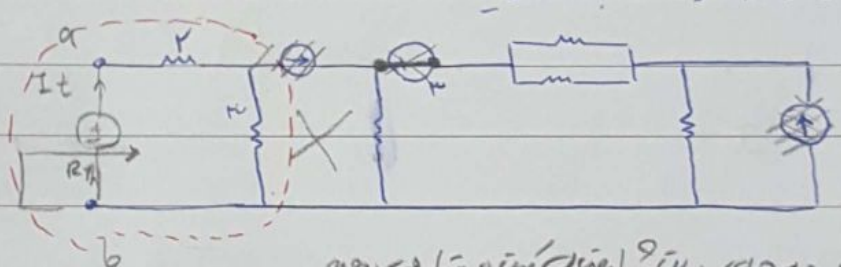
$$\frac{dv_c^2(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{LC} v_c(t) = \frac{1}{C}\frac{d\,i_s(t)}{dt}$$

$$2\alpha = \frac{1}{RC} \rightarrow \alpha = \frac{1}{2RC} \qquad w_0^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{w_0}{2\alpha} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

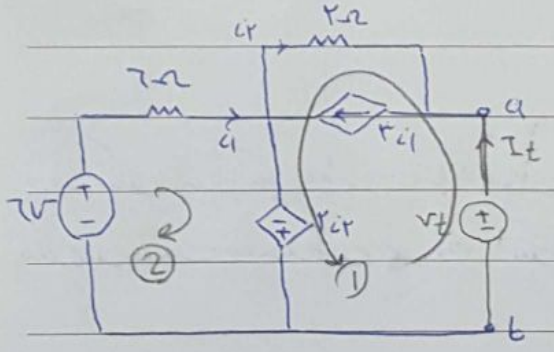
$$\rightarrow s^2 + 2\alpha s + w_0 s^2 = 0$$

- مقاومت معادل دیده شده از دوسر a و b را بدست آورید.



* جای منبع جریان مدار باز و جای دیگر اتصال کوتاه قرار می دهیم.

$$R_{th} = 2 + 3 = 5\ \Omega$$



KVL ①: $-Vt - 2i_2 - 2i_1 = 0 \rightarrow Vt = -4i_2$

$$\rightarrow i_2 = \frac{-Vt}{4}$$

$$a: KCL: \begin{cases} i_2 + i_t - 2i_1 \\ 7i_1 - 2i_2 - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2i_1 + i_2 + i_t = 0 \\ 7i_1 - 2i_2 = 7 \end{cases} \Rightarrow i_1 = \frac{1}{4} i_2 + \frac{1}{4} i_t \quad (1)$$

Scanned by CamScanner

Subject Date

KVL در

$$-v_t - 2i_2 - 2i_1 + 2 = 0$$

$$v_t = 2i_2 + 2i_1 - 2$$

$$v_t = 2\left(\frac{-v_t}{4}\right) + 2i_1 - 2 \qquad i_1 = \frac{i_2}{3} + \frac{i_t}{3}$$

$$v_t = -\frac{1}{2} v_t + 2i_1 - 2$$

$$\frac{3}{2} v_t = 2i_1 - 2 \quad (2)$$

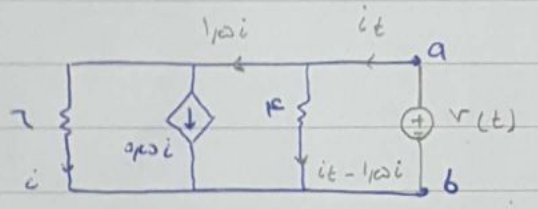
$$(1),(2) \Rightarrow \frac{3}{2} v_t = 2\left(\frac{1}{3} i_2 + \frac{1}{3} i_t\right) - 2$$

$$\frac{3}{2} v_t = -\frac{1}{2} v_t + \frac{2}{3} i_t - 2$$

$$\frac{10}{2} v_t = \frac{2}{3} i_t - 2$$

$$\boxed{v_t = \frac{2}{15} i_t - \frac{3}{5}}$$

★ مدار معادل تونن:



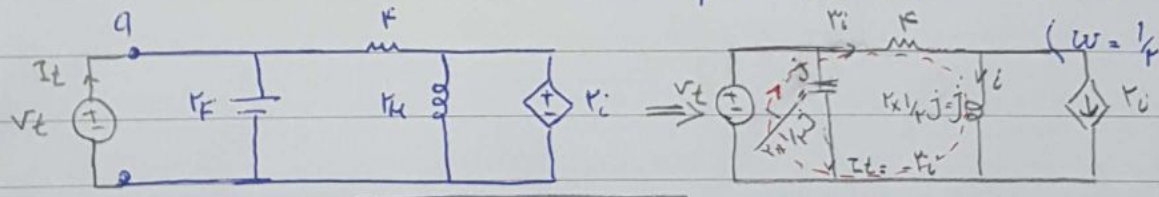
$$v_t = 4(i_t - 1.5i)$$

$$\begin{cases} v_t = 4i_t - 6i \\ v_t = 2i \end{cases} \Rightarrow v_t = 4i_t - v_t$$

$$\boxed{v_t = 2i_t}$$

مدار معادل تونن دیده شده از دو سر a و b؟ (Z_{eq}) / مدت دهم / تونن، نورتن / جزء دکتری فاضور /

★ مدار معادل تونن دیده شده از دو سر a و b؟ (Z_{eq}) (بازای $\omega = 1/4$)



$$v_t = -j(I_t - 4i) \Rightarrow \boxed{v_t = -jI_t + 4ji} \quad \star$$

$$KVL\ ① \Rightarrow v_t = 4 \times 3i + ji$$

$$v_t = 12i + ji = i(12 + j) \Rightarrow \boxed{i = \frac{v_t}{12+j}} \quad \star\star$$

$$\star, \star\star \begin{cases} v_t = -jI_t + 4j\left(\frac{v_t}{12+j}\right) \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

Subject: Date:

$$Vt = -jIt + \frac{3j\,Vt}{10+1}\,(3-j)$$

$$\left(\frac{3j+3}{15}+1\right)Vt = jIt$$

$$\boxed{Vt = \frac{j15\,It}{3j+18}}$$

نهال
NAHAL

Scanned by CamScanner